자연계열

수학 영역

SN · EBS 연계

1. 첫째항과 공비가 모두 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n$$

이 각각 수렴하고 [12점]

(가) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3\sum_{n=1}^{\infty} |a_{2n}|$

(나) $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n b_n| = \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right) \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n\right)$

를 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n b_n| = k \times \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 수열 $\{a_n\}$의 공비가 될 수 있는 값을 모두 구하시오. [3.0점]

(2) 수열 $\{a_n\}$의 공비가 음수일 때, 수열 $\{b_n\}$의 공비를 구하시오. [4.0점]

(3) 가능한 모든 실수 k의 값의 합을 구하시오. [5.0점]

2. 양수 a와 1이 아닌 양수 b에 대하여 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = x^a + \log_b x$가 다음 조건을 만족시킨다. [12점]

(가) $\lim_{x \to 0} \dfrac{f(e^x) - f(e^{-x})}{x} = 2$

(나) 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$에서의 접선과 점 $(2, f(2))$에서의 접선이 이루는 예각의 크기를 θ라 하면 $\tan\theta = \dfrac{5}{9}$이다.

다음 물음에 답하시오.

(1) $f'(1)$의 값을 구하시오. [3.0점]

(2) $f'(2)$의 값을 구하시오. [4.0점]

(3) 함수 $f(x)$의 최솟값을 구하시오. [5.0점]

3. 삼차함수 $f(x)$와 함수 $g(x) = x + \sin x$의 역함수 $g^{-1}(x)$에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) + g^{-1}(x) & (-1 < x \le 0) \\ \dfrac{e^{f(x)} - 1}{x} & (x > 0) \end{cases}$$

가 구간 $(-1, \infty)$에서 미분가능하고 $f(-3) = 0$일 때, 다음 물음에 답하시오. [10점]

(1) $f(0)$과 $f'(0)$의 값을 각각 구하시오. [3.0점]

(2) $f''(0)$의 값을 구하시오. [3.0점]

(3) 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. [4.0점]

4. 양의 실수 t에 대하여 $0 \le x \le 1$에서 함수

$$f(x) = \frac{x}{t^3} e^{-\frac{x}{t}}$$

의 최댓값을 $g(t)$라 하자. $\dfrac{1}{2}$보다 큰 실수 k에 대하여

$$\int_{\frac{1}{2}}^{k} g(t)\,dt = \frac{3}{2\sqrt{e}} - \frac{1}{e}$$

일 때, 다음 물음에 답하시오. [10점]

(1) $g\left(\dfrac{1}{2}\right)$의 값을 구하시오. [3.0점]

(2) $g(2)$의 값을 구하시오. [3.0점]

(3) k의 값을 구하시오. [4.0점]

5. 두 자연수 a_1, a_2에 대하여 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다. [10점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+2} = \begin{cases} 2a_n & (a_n \le a_{n+1}) \\ a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$이다.

(나) $\sum_{k=1}^{10} a_k = 155$

다음 물음에 답하시오.

(1) $a_1 > a_2$일 때, 조건을 만족시키는 순서쌍 (a_1, a_2)를 모두 구하시오. [3.0점]

(2) $a_1 = 2$일 때, 조건을 만족시키는 a_2의 값을 모두 구하시오. [3.0점]

(3) 조건을 만족시키는 순서쌍 (a_1, a_2)마다 a_{10}의 값을 구할 때, 모든 순서쌍에 대하여 구한 a_{10}의 값을 모두 더한 값을 구하시오. (단, 서로 다른 순서쌍에서 a_{10}의 값이 같더라도 각각 더한다.) [4.0점]

6. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 $f'(-2) = f'(0) = f(0) = 0$을 만족시킨다. 양수 t에 대하여 닫힌구간 $[t, t+2]$에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $m(t)$라 하자. $f'(p) = 0$인 양수 p가 존재하고 $m(1) = m(2)$일 때, 다음 물음에 답하시오. [10점]

(1) $f(x)$를 p에 대한 식으로 나타내시오. [3.0점]

(2) p가 자연수일 때, 가능한 p의 값을 모두 구하시오. [3.0점]

(3) $m(1)$의 최댓값을 구하시오. [4.0점]

7. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. [8점]

(가) 방정식 $f(x) = 0$의 실근은 0, 2뿐이다.

(나) x에 대한 방정식 $\int_0^x f(t)\,dt = 0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

(다) $\int_0^2 |f(x)|\,dx = 8$

함수 $h(x) = \int_{-1}^x f(t)\,dt$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) $f(x)$의 최고차항의 계수를 구하시오. [3.0점]

(2) 함수 $h(x)$의 극솟값을 구하시오. [5.0점]

8. 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{(x+1)f(2x)}{f(x)} & (-1 < x < 0) \\ 2f(x) & (x \le -1 \text{ 또는 } x \ge 0) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 다음 물음에 답하시오. [8점]

(1) 방정식 $f(x) = 0$이 반드시 갖는 서로 다른 두 실근을 구하시오. [2.5점]

(2) $f(x)$의 최고차항의 계수를 a, 방정식 $f(x) = 0$의 나머지 한 실근을 c라 할 때, a와 c 사이의 관계식과 c의 값의 범위를 구하시오. [2.5점]

(3) $f(1)$의 값이 될 수 있는 정수 중 최댓값을 구하시오. [3.0점]

자연계열

국어 영역

SN · EBS 연계

[9] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. [10점]

(가)

윤 상군(尹 相 君)*이 일찍이 곤강(坤 岡) 남쪽에 집터를 마련하였다. 집터 동서쪽에 밤나무 숲이 울창하여 그곳에 집을 짓고 '밤나무 정자'라는 뜻으로 '율정(栗亭)'이라는 이름을 붙였다. 지금 또 조금 서쪽으로 가서 새로 집을 샀는데 밤나무 숲이 더욱 무성하였다. 성안에 있는 주택에는 밤나무를 심는 사람이 드문데, 윤 공은 집을 사기만 하면 밤나무가 있는 곳을 선택하였다.

그가 일찍이 나에게 말했다.

"봄이면 성근 가지가 꽃과 서로 어른거리고, 여름이면 잎이 우거져서 그 그늘에서 쉴 수 있으며, 가을이면 밤이 맛이 들어 내 입에 가득 채울 만하며, 겨울이면 껍질을 모아 내 아궁이에 불을 땐다. 나는 이 때문에 밤나무를 선택한다."

내가 말했다.

"불이 마른 것으로 나아가고 물이 축축한 곳으로 흐르는 것은 같은 기운끼리 서로 찾아가는 것으로, 이치상 진실로 필연적인 것이다. 대개 그 (㉠)하는 바에 있어서 사물과 나 사이에 차이가 없는 것은 어쩔 수 없는 일이다. 왜 그러한가? 하늘과 땅 사이에 풀이나 나무가 나는 것은 모두 한 기운이기 때문이다. 그런데 그 뿌리와 싹과 꽃과 열매가 나고 자라고 피고 맺히는 데 어려움과 쉬움, 빠름과 느림이 제각각 다르다. 유독 밤은 만물 중에서 가장 늦게 난다. 나무를 심기가 매우 어렵고 오랜 시간이 걸리지만 자라기만 하면 쉽게 성장하며, 잎이 매우 늦게 피지만 피기만 하면 쉽게 녹음을 이루며, 꽃이 매우 늦게 맺히지만 맺히기만 하면 쉽게 풍성해지며, 열매가 매우 늦게 열리지만 열리기만 하면 쉽게 거둘 수 있으니, 대개 사물이 이지러지고 채워지며 빠지고 더해지는 이치를 보여 주고 있는 것이다."

윤 공은 나와 같은 해에 과거에 합격했는데, 그때 나이 이미 서른이 넘었다. 그러다가 ㉡ 마흔이 넘어서야 처음으로 벼슬에 나아갔으므로, 사람들은 모두 늦었다고 하였으나 윤 공은 벼슬에 나아가 더욱 충실히 하였다. 그러다가 선대 임금께서 먼저 공을 알아보셨는데 크게 쓰이게 되어서는 하루 동안에 아홉 번 승진하여 높은 지위에 올라 중책을 담당하게 되었으니, 이것은 별로 손질을 하지 않았는데도 무성하게 뻗어 나간 나무와 같은 것이다. 그 기틀을 세우는 것이 처음에는 어려웠으나 그 성취하는 것이 뒤에는 쉽게 된 것이니, 대개 이 밤나무의 꽃과 열매와 같은 점이 있다.

나는 이치로 설명하려 한다. 풀과 나무의 뿌리가 흙에 묻혀 있을 때에 그 싹이 깊으면 그 갈라져 올라오는 것이 늦고, 갈라져 올라오면 싹이 트고, 싹이 트면 가지가 생겨서 반드시 줄기를 이룬다. 샘물이 웅덩이에 가득 차면 그 물이 조금씩 흘러나오다가 그 흐르는 것이 고이게 되고 고이게 되면 물이 돌아 흐르고, 돌아 흐르면 못이 되어 반드시 바다에까지 도달하게 된다. 그러므로 그 느린 것은 반드시 빨라지고 멈춘 것은 반드시 먼 곳에 도달하는 것이다. 그러니 이지러지면 가득 차게 되고 빠지면 더해지는 것과 또한 무엇이 다르겠는가. 한 가지 사물에 나아가 보더라도 이것을 실증할 수 있는 것이다.

또한 사람이 숭상하는 바를 관찰하건대, 곧 불이 마른 것으로 나아가고 물이 축축한 곳으로 흐르듯이 사물과 나 사이에 차이가 없는 것은 어쩔 수 없는 일이다. 그렇다면 윤 공의 영달은 곧 밤의 생장(生 長)이고 밤을 거두어 간직함은 곧 윤 공이 ㉢ 은퇴하는 것이니, 그 생장함에는 세상을 돕는 도가 있으며 그 간직함에는 삶을 수양하는 작용이 있다. 나는 이 정자에 대하여 그 이치를 들어 설(說)을 짓는다.

– 백문보, 「율정설」

(EBS, 『 2027학년도 수능특강 국어영역 문학 』, 한국교육방송공사, 2026, 29쪽 수록)

*윤 상군: 글쓴이의 지인인 윤택을 가리킴. '상군'은 재상을 높여 부르는 말.

(나)

군자의 처신은 어렵다. 이롭다고 해서 조급하게 나가 벼슬해서도 안 되고, 위태롭다고 해서 거리낌 없이 용감하게 벼슬에서 물러나서도 안 된다. 공자가 밥을 지으려고 쌀을 씻으시다가 건져서 급하게 제나라를 떠난 게 벼슬하려고 억지로 서두르신 것이 아니요, 벼슬하던 노나라를 떠나실 때 "더디도다, 내 걸음이여!"라고 하신 게 억지로 느리게 하시려던 것이 아니다. 성현은 벼슬에 나아가는 일과 벼슬에서 물러나는 일을 의리에 합당한가와 시의에 맞는가의 여부에 따라 결정했을 뿐이다.

(중략)

그러므로 선비의 거취, 은거함과 벼슬함은 반드시 먼저 그것이 의리에 맞는가 맞지 않는가, 도를 행함 직한가 행함 직하지 않은가를 헤아려서 결정해야 하며, 꼭 자리를 박차고 떠났다고 하여 어질고, 벼슬길에 나아갔다고 해서 아첨이 되며, 은거했다고 하여 고상하고, 벼슬했다고 해서 구차한 것은 아니다. 마땅히 떠나야 했기에 떠난 것이므로 미자(微子)*가 주(紂)* 임금을 떠난 것을 두고 은나라를 배반했다고 할 수 없고, 나아갈 만하기에 나아간 것이므로 이윤과 부열*이 은나라에 벼슬한 것을 두고 뜻을 잃었다고 말할 수 없다. 은거할 만하기에 은거한 것이므로 백이와 숙제*가 수양산에 숨은 것을 고상하다고 할 수 없고, 마땅히 벼슬에 나아가야 했기에 나아간 것이므로 강태공이 무왕*을 도와 위세를 떨친 것을 구차하다고 할 수 없다. 『주역』 고괘(蠱卦) 상구(上九)에 이르기를 "왕후를 섬기지 않는다."라고 했고, 건괘(乾卦) 구이(九二)에 이르기를 "대인을 만나 봄이 이롭다."라고 했으니, 각각 그 처한 상황에 따를 뿐이다.

간교한 신하가 이익을 탐하여 작록을 사양함으로써 임금의 마음을 얻는 것이라든가, 위선적인 선비가 이름을 얻으려고 은둔하는 척 땅을 피해 다니는 것이라든가, 심지어 재주도 없고 덕도 부족해 세상에 버림받아 스스로 궁벽한 고을에 살며 아무런 힘도 없는 주제에 남을 꾸짖고 힐난하면서 거들먹거리며 사람들에게 "나 또한 은자의 무리다."라고 말하는 것은, 추녀가 미녀 서시의 웃는 모습을 흉내 내는 격이니, 거론할 것도 없다.

– 김시습, 「고금군자은현론」

(EBS, 『 2027학년도 수능특강 국어영역 문학 』, 한국교육방송공사, 2026, 268–269쪽 수록)

*미자: 은나라 주왕의 이복형으로, 주왕이 자신의 간언을 받아들이지 않자 은나라를 떠났음.
*주왕: 중국 은나라의 마지막 왕. 주색을 일삼고 포학한 정치를 하여 인심을 잃고 주나라 무왕에게 살해됨.
*이윤과 부열: 이윤은 은나라를 세운 탕왕의 재상이고, 부열은 은나라를 중흥한 고종의 재상임. 탕왕과 고종 모두 어진 임금으로 각각 이윤과 부열의 도움을 받아 선정을 펼쳤음.
*백이와 숙제: 은나라 말의 현인들로 은나라가 망하고 주나라가 천하를 통일하자 수양산에 들어가 굶어 죽었음.
*무왕: 중국 주나라를 세운 왕으로 후대에 성군으로 평가받음.

(1) ㉠에 들어갈 2음절의 단어를, ㉠이 포함된 문장과 같은 내용을 되풀이하여 말한 (가)의 다른 문장에서 찾아 쓰시오. [2.5점]

(2) (나)에서 선비의 거취를 설명하는 대목에 쓰인 말 가운데, '벼슬함'과 짝을 이루어 대비되며 (가)의 ㉢과 유사한 의미를 지니는 2음절의 단어를 찾아 쓰시오. [3.1점]

(3) (나)에 제시된 군자의 처신 기준 두 가지를 밝혀, (가)의 ㉡에서 사람들이 '늦었다'고 한 것만으로 윤 공의 출사(出仕)를 부정적으로 평가할 수 있는지 한 문장으로 쓰시오. [4.4점]

[10] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. [10점]

지구 오존의 90%는 성층권에 존재한다. (중략) 오존층에서 오존의 농도는 최대 12ppm*에 달한다. 성층권 상층부에서는 산소 분자에 태양 복사선이 부딪쳐 오존이 지속적으로 생성되기도 하지만, 자연적으로 생성되는 질소 산화물이 관여하는 화학적 과정을 통해 오존이 지속적으로 분해되기도 한다. 오존의 생성과 분해는 균형을 이루면서 오존층의 오존 농도를 일정하게 유지한다. 하지만 오존의 분해가 촉진된다면 오존층의 오존 농도는 낮아지고, 오존 합성이 촉진된다면 오존층의 오존 농도는 높아질 것이다.

성층권에 분포하는 오존층은 태양에서 오는 해로운 자외선 복사로부터 지구의 생명체를 보호하는 방패 역할을 한다. 하지만 오존층은 의외로 연약하여 인간의 활동에 의해 쉽게 파괴될 수 있으며, 실제로 1980년대부터 2000년대에 걸쳐 심각한 훼손을 겪었다. 1974년 초에 몰리나와 롤런드는 염화 플루오린화 탄소, 즉 CFC가 성층권에서 분해되면서 염소 원자를 발생시키고 그것이 오존을 파괴한다고 주장했다. CFC는 1930년대 키네틱 케미컬 사가 발매할 당시만 해도 상온과 상압에서 기화할 수 있고 화학적으로 매우 반응성이 낮아 좀처럼 분해되지 않고 다른 물질을 분해하지도 않는 무독성, 비가연성 기체로 알려졌다. 이에 따라 CFC는 냉매, 용매, 스프레이 캔의 추진제, 다양한 플라스틱 형상을 제작하기 위한 발포제 등으로 널리 사용되었다. 그러다가 1973년에 CFC가 대기 중에 축적되고 있다는 보고가 있었다. 몰리나의 연구에 따르면, CFC는 대기 중의 대부분의 오염 물질을 정화하는 비에 의해 분해되지 않고 성층권 상층부에 이르게 되면 짧은 파장의 고에너지 태양 복사선인 자외선에 의해 분해된다. 자외선을 흡수하면 CFC는 염소 원자(Cl)를 내놓는데, 그중에서 반응성이 큰 염소 원자는 오존 분자(O_3)와 반응하여 산소 분자(O_2)와 일산화 염소 라디칼(ClO)을 생성하고, 일산화 염소 라디칼은 산소 원자(O)와 반응하여 염소 원자와 산소 분자를 생성한다. 결국 하나의 염소 원자는 하나의 오존 분자와 하나의 산소 원자가 2개의 산소 분자를 생성하는 반응을 매개한다. (중략) 염소 원자는 (㉠) 점에서 오존을 분해하는 촉매로서 기능한다. 또한 CFC가 분해되면서 생성된 염소 원자나 그 염소 원자에서 생성된 일산화 염소 라디칼은 다른 물질과 반응하여 염화 수소(HCl), 질산 염소($ClONO_2$), 하이포아염소산(HOCl)을 생성하는데 이들 '염소 원천 화합물'은 태양 복사선을 받으면서 분해되어 성층권에 반응성이 큰 자유 라디칼* 염소 원자를 공급해 주게 된다. 이것들은 활발하게 오존을 분해하는 반응에 참여한다.

몰리나는 이런 내용을 1974년에 논문을 통해서 발표했으나 실제로 대기 중 오존 분포가 어떻게 변천했는지는 그 후 10년이 지나도록 드러나지 않았고 그의 경고는 잊혔다. 그러다가 1985년에 파먼과 그의 동료 연구자들이 남극 대륙 상공에서 봄이 되면 오존 농도의 거의 70%가 줄어드는 현상, 즉 '남극 오존 구멍'을 발견하였다. 이에 CFC의 오존층 파괴 문제를 해결하기 위하여 1987년에 몬트리올 의정서가 발표되면서 CFC의 사용을 줄이기 위한 조치가 취해졌다. 하지만 그 후 남극 오존 구멍의 상황은 더욱 악화되어 1992년과 1993년에는 통상 오존이 많이 분포하는 14~17km 상공에서 99%의 오존이 사라졌고, 2000년과 2006년에는 그때까지 알려진 가장 큰 오존 구멍이 보고되었으나, 그 이후 서서히 회복되는 추세에 있다. 이에 따라 남극 대륙 상공의 오존 구멍의 원인을 설명하는 다양한 가설이 제기되었고 이러한 가설들은 그 이후의 연구에 의해서 실증적인 증거들을 얻어 가고 있다. 대기 규모의 방대함과 다양한 요인들의 개입 때문에 남극 오존 구멍 발생의 메커니즘을 정확하게 밝히는 일은 어렵지만 오존층 파괴 문제의 심각성을 고려할 때 해결을 위한 지속적인 노력이 요청된다.

*ppm: 100만분의 1.
*자유 라디칼: 결합하지 않은 전자를 하나 이상 가지고 있어, 반응성이 높은 원자 또는 원자의 무리.

– EBS, 『 2027학년도 수능특강 국어영역 독서 』, 한국교육방송공사, 2026, 211-212쪽에서 발췌(일부 빈칸 처리)

(1) ㉠에 들어갈 적절한 말을 30자 내외(공백 포함)로 쓰시오. (단, 15자 미만 또는 45자 초과인 경우에만 분량 감점을 적용함) [4.3점]

(2) <보기>의 빈칸에 들어갈 물질군의 명칭을 윗글에서 찾아 쓰시오. [2.5점]

< 보 기 >

CFC가 새로 분해되지 않더라도, 염소 원자 또는 일산화 염소 라디칼이 다른 물질과 반응하여 만들어 둔 ( )이/가 태양 복사선을 받아 분해되면 오존 분해에 참여할 염소 원자가 다시 공급될 수 있다.

(3) 성층권에 있는 염소 원자(Cl) 1개가 <조건>에 따라 <순서>의 대상을 차례로 만난다고 할 때, <표>의 ⓐ, ⓑ, ⓒ, ⓓ에 들어갈 알맞은 수를 쓰시오. [3.2점]

< 조 건 >

- 처음의 염소 원자, 그리고 이 염소를 품은 채 다른 물질로 바뀐 입자가 <순서>의 대상을 하나씩 차례로 만난다.
- 대상을 만났을 때, 현재의 염소 형태가 그 대상(태양 복사선 포함)과 반응하여 무엇이 생기는지가 윗글에 제시되어 있으면 그 반응이 한 번 일어난다. 그런 반응이 윗글에 없으면 아무 변화 없이 다음 차례로 넘어간다. 만나고도 반응하지 않은 대상은 다음 차례에 다시 만나지 않는다.
- X는 윗글에서 염소 원자나 일산화 염소 라디칼과 반응한다고 한 '다른 물질'이며, 이 반응으로 생기는 화합물을 Y라고 한다.
- '태양 복사선'은 그 차례에 태양 복사선을 받는다는 뜻이다. Y 1개가 분해될 때 내놓는 염소 원자의 수는 Y 1개에 들어 있는 염소 원자의 수와 같다.
- Y가 생성되거나 분해될 때 산소 분자는 생기지 않는다. 산소 분자에서 오존이 생성되는 과정과 질소 산화물이 관여하는 과정은 고려하지 않는다.

<순서>

차례	1	2	3	4	5	6	7	8	9
만나는 대상	O_3	O_3	O	O	O_3	X	O_3	태양 복사선	O_3

<표>

구분	항목	수치
1	1~9번째 차례 동안 분해된 오존 분자(O_3)의 총수	ⓐ
2	1~9번째 차례 동안 새로 생성된 산소 분자(O_2)의 총수	ⓑ
3	1~9번째 차례 동안 반응하여 소모된 산소 원자(O)의 총수	ⓒ
4	9번째 차례가 끝난 뒤 염소 원자(Cl)의 형태로 있는 입자의 수 (일산화 염소 라디칼이나 Y는 세지 않음)	ⓓ