[문제 1] 해설

연계 원천

- 교재: 수능특강(미적분)
- 문항 코드: 26011-0033 (Level 3, 02 급수 실력 완성 3번)
- 인쇄 쪽: 22쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 조건 대체: 홀수 번째 항 조건 $\sum a_n = \sum |\frac{1}{3}a_{2n-1}|$ → 짝수 번째 항 조건 $\sum a_n = 3\sum |a_{2n}|$. a_{2n}의 부호가 $a_1 r$에 달려 있어 경우 나누기 구조가 달라지고, 원천과 달리 공비가 두 개($\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{4}$) 모두 살아남음.
  ② 묻는 대상: k 하나의 값 → 가능한 모든 k의 값의 합. 공비가 양수인 경우와 음수인 경우에 (나)의 부호 경우 나누기가 서로 반대로 작동함($r > 0 \Rightarrow s < 0, r < 0 \Rightarrow s > 0$).

출제 의도

등비급수의 수렴 조건과 절댓값이 포함된 수열의 급수를 첫째항과 공비의 부호에 따라 엄밀하게 분류하여 해결할 수 있는지 평가한다. 또한 두 등비수열의 곱으로 정의된 급수의 수렴값을 비교하여 비례상수 k를 구하고 가능한 모든 경우의 합을 도출할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학 I , 미적분
성취기준 1	[12수학 I 03-03] 등비수열의 뜻을 알고, 일반항, 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.
성취기준 2	[12미적01-04] 급수의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판별할 수 있다.
성취기준 3	[12미적01-05] 등비급수의 뜻을 알고, 그 합을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (미적분)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	22

문항 해설

(1) 수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a_1, 공비를 r이라 하자. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하므로 $|r| < 1$이고 $r \neq 0, a_1 \neq 0$이다.
수열 $\{|a_{2n}|\}$은 첫째항이 $|a_2| = |a_1 r|$이고 공비가 r^2인 등비수열이다. $|r| < 1$이므로 $0 < r^2 < 1$이 되어 수렴한다.
조건 (가)에 의해

$$\frac{a_1}{1-r} = 3\frac{|a_1 r|}{1-r^2} = 3\frac{|a_1||r|}{(1-r)(1+r)}$$

양변에 $(1-r) > 0$을 곱하면

$$a_1 = \frac{3|a_1||r|}{1+r} \iff a_1(1+r) = 3|a_1||r|$$

우변은 $a_1 \neq 0, r \neq 0$에서 항상 양수이고, $1+r > 0$이므로 좌변이 양수가 되려면 $a_1 > 0$이어야 한다.
따라서 $|a_1| = a_1$이므로 양변을 a_1로 나누면

$$1 + r = 3|r|$$

- $r > 0$일 때: $1 + r = 3r \iff 2r = 1 \iff r = \frac{1}{2}$ ($0 < r < 1$ 만족)
- $r < 0$일 때: $1 + r = -3r \iff 4r = -1 \iff r = -\frac{1}{4}$ ($-1 < r < 0$ 만족)

따라서 수열 $\{a_n\}$의 공비가 될 수 있는 값은 $\frac{1}{2}$ 또는 $-\frac{1}{4}$이다.

(2) 수열 $\{b_n\}$의 첫째항을 b_1, 공비를 s라 하자. $|s| < 1$이고 $b_1 \neq 0, s \neq 0$이다.
수열 $\{|a_n b_n|\}$은 첫째항이 $|a_1 b_1|$이고 공비가 $|rs|$인 등비수열이다. $|r| < 1, |s| < 1$이므로 $|rs| < 1$이다.
조건 (나)에 의해

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n b_n| = \frac{|a_1 b_1|}{1-|rs|}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a_1}{1-r}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n = \frac{b_1}{1-s}$$

이므로

$$\frac{|a_1 b_1|}{1-|rs|} = \frac{a_1 b_1}{(1-r)(1-s)}$$

좌변은 양수이고 $1-r > 0, 1-s > 0$이므로 $a_1 b_1 > 0$이어야 한다.
(1)에서 $a_1 > 0$임을 알았으므로 $b_1 > 0$이고 $|a_1 b_1| = a_1 b_1$이다. 양변을 $a_1 b_1$로 나누면

$$1 - |rs| = (1-r)(1-s) = 1 - (r+s) + rs$$

즉,

$$r + s = rs + |rs|$$

- 만약 $rs > 0$이라면 우변은 $2rs$가 되어 $r + s = 2rs$이다.
r, s가 모두 양수이면 $r, s \in (0, 1)$이므로 $r(1-s) + s(1-r) > 0 \iff r + s > 2rs$가 되어 모순이다.
r, s가 모두 음수이면 좌변은 $r + s < 0$인데 우변은 $2rs > 0$이 되어 모순이다.
따라서 $rs > 0$일 수 없다.
- 그러므로 반드시 $rs < 0$이어야 한다.
$rs < 0$이면 $|rs| = -rs$이므로 우변은 $rs + (-rs) = 0$이다.
따라서 $r + s = 0 \iff s = -r$이다.
a_n의 공비가 음수이므로 $r = -\frac{1}{4}$이다.
따라서 수열 $\{b_n\}$의 공비는 $s = -r = \frac{1}{4}$이다.

(3) 수열 $\{a_nb_n\}$은 첫째항이 a_1b_1, 공비가 $rs=-r^2$인 등비수열이다.
따라서

$$\sum_{n=1}^{\infty}a_nb_n=\frac{a_1b_1}{1-rs}=\frac{a_1b_1}{1+r^2}$$

한편, $\{|a_nb_n|\}$의 합은

$$\sum_{n=1}^{\infty}|a_nb_n|=\frac{a_1b_1}{1-|rs|}=\frac{a_1b_1}{1-r^2}$$

그러므로

$$k=\frac{\sum_{n=1}^{\infty}|a_nb_n|}{\sum_{n=1}^{\infty}a_nb_n}=\frac{\frac{a_1b_1}{1-r^2}}{\frac{a_1b_1}{1+r^2}}=\frac{1+r^2}{1-r^2}$$

$-r=\dfrac{1}{2}$일 때:

$$k=\frac{1+\frac14}{1-\frac14}=\frac{\frac54}{\frac34}=\frac53$$

$-r=-\dfrac{1}{4}$일 때:

$$k=\frac{1+\frac{1}{16}}{1-\frac{1}{16}}=\frac{\frac{17}{16}}{\frac{15}{16}}=\frac{17}{15}$$

따라서 가능한 모든 실수 k의 값의 합은

$$\frac53+\frac{17}{15}=\frac{25+17}{15}=\frac{42}{15}=\frac{14}{5}$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	등비급수 공식을 세우고 $a_1>0$ 및 $1+r=3\|r\|$을 유도한 경우	1.5점
	$r=\dfrac12,\ -\dfrac14$를 모두 바르게 구한 경우	1.5점
(2)	조건 (나)로부터 $1-\|rs\|=(1-r)(1-s)$를 도출한 경우	1.5점
	$rs>0$의 모순을 밝히고 $s=-r$임을 증명하여 $s=\dfrac14$을 구한 경우	2.5점
(3)	$k=\dfrac{1+r^2}{1-r^2}$임을 유도한 경우	2.0점
	두 r의 값에 대한 k의 값 $\dfrac53$와 $\dfrac{17}{15}$를 각각 구한 경우	2.0점
	모든 k의 값의 합 $\dfrac{14}{5}$를 정확히 구한 경우	1.0점

정답

(1) $\dfrac12,\ -\dfrac14$
(2) $\dfrac14$
(3) $\dfrac{14}{5}$

[문제 2] 해설

연계 원천

- 교재: 수능특강(미적분)
- 문항 코드: 26011-0060 (Level 3, 03 여러 가지 함수의 미분 실력 완성 1번)
- 인쇄 쪽: 38쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 함수 종류: $a^x+\log_b x\to x^a+\log_b x$ (실수 지수 거듭제곱함수). 소거 결과가 $a(2^a-1)=2f'(2)-f'(1)$로 바뀜.
  ② 조건 대체: 원천의 "$f'(1)>f'(2)$"(후보 선택 조건)를 없애고 "$a>0$"으로 대체. $f'(2)$의 두 후보 중 하나는 $a(2^a-1)\ge0$이라는 성질로 배제되고, $a>0$은 $a(2^a-1)=6$의 음수 근을 배제함.
  ③ 묻는 대상: $f(1)\to f(x)$의 최솟값. (가)의 극한도 $\dfrac{f(e^x)-f(e^{-x})}{x}$ 꼴로 바꿈.

출제 의도

미분계수의 정의를 활용하여 극한 식으로부터 도함수의 값을 구하고, 두 접선이 이루는 각의 탄젠트 덧셈정리를 적용하여 가능한 접선의 기울기를 판정할 수 있는지 평가한다. 나아가 지수·로그가 결합된 함수의 성질을 바탕으로 유일한 함수식을 결정하고 도함수의 부호 변화를 통해 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학Ⅱ, 미적분
성취기준 1	[12수학Ⅱ02-01] 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
성취기준 2	[12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다.
성취기준 3	[12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (미적분)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	38

문항 해설

(1) $f(x)=x^a+\dfrac{\ln x}{\ln b}$는 양의 실수 전체에서 미분가능하며, $f(1)=1^a+\log_b1=1$이다.
조건 (가)의 좌변을 변형하면

$$\begin{aligned}\lim_{x\to0}\frac{f(e^x)-f(e^{-x})}{x}&=\lim_{x\to0}\left[\frac{f(e^x)-f(1)}{x}-\frac{f(e^{-x})-f(1)}{x}\right]\\&=\lim_{x\to0}\left[\frac{f(e^x)-f(1)}{e^x-1}\cdot\frac{e^x-1}{x}+\frac{f(e^{-x})-f(1)}{e^{-x}-1}\cdot\frac{1-e^{-x}}{x}\right]\end{aligned}$$

$\lim_{x\to0}\dfrac{e^x-1}{x}=1,\ \lim_{x\to0}\dfrac{1-e^{-x}}{x}=1$이고, $x\to0$일 때 $e^x\to1, e^{-x}\to1$이므로

$$\lim_{x\to0}\frac{f(e^x)-f(e^{-x})}{x}=f'(1)\cdot1+f'(1)\cdot1=2f'(1)$$

조건 (가)에서 이 값이 2이므로

$$2f'(1)=2\iff f'(1)=1$$

이다.

(2) $u=\dfrac{1}{\ln b}$라 두면 $f(x)=x^a+u\ln x$이므로

$$f'(x)=ax^{a-1}+\frac{u}{x}$$

이다. 따라서

$$f'(1)=a+u=1 \iff u=1-a$$

이고, $x=2$에서의 미분계수는

$$f'(2)=a\cdot 2^{a-1}+\frac{u}{2}=\frac{a\cdot 2^a+u}{2}$$

이다. 양변에 2를 곱하고 $f'(1)=a+u$를 빼면

$$2f'(2)-f'(1)=(a\cdot 2^a+u)-(a+u)=a(2^a-1)$$

이 성립한다.
한편, $x=1$에서의 접선의 기울기는 $m_1=f'(1)=1$이고, $x=2$에서의 접선의 기울기를 $m_2=f'(2)$라 하자.
두 접선이 이루는 예각의 크기가 θ이므로

$$\tan\theta=\left|\frac{m_2-m_1}{1+m_1m_2}\right|=\left|\frac{f'(2)-1}{1+f'(2)}\right|=\frac{5}{9}$$

- $\dfrac{f'(2)-1}{1+f'(2)}=\dfrac{5}{9} \iff 9f'(2)-9=5+5f'(2) \iff 4f'(2)=14 \iff f'(2)=\dfrac{7}{2}$
- $\dfrac{f'(2)-1}{1+f'(2)}=-\dfrac{5}{9} \iff 9f'(2)-9=-5-5f'(2) \iff 14f'(2)=4 \iff f'(2)=\dfrac{2}{7}$

이제 $a(2^a-1)$의 값을 조사한다.
- $f'(2)=\dfrac{2}{7}$인 경우:

$$a(2^a-1)=2\left(\frac{2}{7}\right)-1=\frac{4}{7}-1=-\frac{3}{7}<0$$

그런데 $a>0$일 때 $2^a>1$이므로 $2^a-1>0$이고, 따라서 $a(2^a-1)>0$이어야 한다. (또한 $a<0$일 때도 $2^a<1$이므로 $a(2^a-1)>0$이다.)
따라서 $a(2^a-1)=-\dfrac{3}{7}<0$을 만족하는 실수 a는 존재하지 않는다.
- $f'(2)=\dfrac{7}{2}$인 경우:

$$a(2^a-1)=2\left(\frac{7}{2}\right)-1=7-1=6>0$$

이 성립한다.
그러므로 $f'(2)=\dfrac{7}{2}$이다.

(3) $a>0$에서 함수 $g(a)=a(2^a-1)$은 a와 2^a-1이 모두 양수이면서 순증가하므로 $g(a)$도 $a>0$에서 엄격히 증가한다.
$a=2$를 대입하면 $2(2^2-1)=2\times 3=6$이므로 $a(2^a-1)=6$을 만족하는 유일한 양수는 $a=2$이다.
$u=1-a=1-2=-1$이므로

$$\frac{1}{\ln b}=-1 \iff \ln b=-1 \iff b=\frac{1}{e}$$

따라서 함수 $f(x)$는

$$f(x)=x^2-\ln x \quad (x>0)$$

이다. 도함수는

$$f'(x)=2x-\frac{1}{x}=\frac{2x^2-1}{x}$$

$f'(x)=0$인 양수는 $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$뿐이다.
$0<x<\dfrac{1}{\sqrt{2}}$에서 $f'(x)<0$, $x>\dfrac{1}{\sqrt{2}}$에서 $f'(x)>0$이므로 $f(x)$는 $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$에서 극소이자 최소이다.
따라서 구하는 최솟값은

$$f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2-\ln\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{1}{2}-\left(-\frac{1}{2}\ln 2\right)=\frac{1+\ln 2}{2}$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	미분계수의 정의를 적용하여 극한 식이 $2f'(1)$임을 밝히고 $f'(1)=1$을 구한 경우	3.0점
(2)	탄젠트 덧셈정리로 $f'(2)$의 두 후보 $\dfrac{7}{2}$, $\dfrac{2}{7}$를 구한 경우	1.5점
	$2f'(2)-f'(1)=a(2^a-1)>0$임을 보여 $\dfrac{2}{7}$을 배제하고 $f'(2)=\dfrac{7}{2}$를 확정한 경우	2.5점
(3)	$a(2^a-1)=6$에서 $a=2$ 및 $b=\dfrac{1}{e}$을 구하여 함수식 $f(x)=x^2-\ln x$를 완성한 경우	2.5점
	$f'(x)=0$의 임계점을 구하고 증감을 확인하여 최솟값 $\dfrac{1+\ln 2}{2}$를 정확히 구한 경우	2.5점

정답

(1) 1
(2) $\dfrac{7}{2}$
(3) $\dfrac{1+\ln 2}{2}$

[문제 3] 해설

연계 원천

- 교재: 수능특강(미적분)
- 문항 코드: 26011-0091 (Level 3, 04 여러 가지 미분법 실력 완성 3번)
- 인쇄 쪽: 54쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 함수 종류: $g(x)=e^{2x}+e^{x}-2 \to g(x)=x+\sin x$ (삼각함수, $g' \geq 0$로 역함수 존재), 오른쪽 조각 $\dfrac{\ln(1+f(x))}{x} \to \dfrac{e^{f(x)}-1}{x}$ (지수함수 극한 $\frac{e^t-1}{t}$ 사용).
  ② 주어진 것과 구하는 것 교환: 원천은 "극댓값 $\frac{1}{9}$"을 주고 $f(3)$을 물음 → 변형은 "$f(-3)=0$"을 주고 극댓값을 물음. (최고차항 계수의 부호 조건은 잉여가 되어 삭제.)

출제 의도

역함수의 미분법과 지수함수의 극한을 연계하여 구간별로 정의된 함수의 연속성 및 미분가능성 조건을 정확히 해석할 수 있는지 평가한다. 또한 도출된 조건을 통해 삼차함수의 미정계수를 결정하고 극댓값을 계산할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학Ⅱ, 미적분
성취기준 1	[12수학Ⅱ01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다.
성취기준 2	[12미적02-01] 지수함수와 로그함수의 극한을 구할 수 있다.
성취기준 3	[12미적02-09] 음함수와 역함수를 미분할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (미적분)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	54

문항 해설

(1) $g(x)=x+\sin x$에서 $g(0)=0$이므로 $g^{-1}(0)=0$이다.
따라서 $h(0)=f(0)+g^{-1}(0)=f(0)$이다.
$h(x)$가 구간 $(-1,\infty)$에서 미분가능하므로 $x=0$에서 연속이어야 한다. 즉 $\lim_{x\to 0+}h(x)=h(0)$이어야 한다.

$$\lim_{x\to 0+}h(x)=\lim_{x\to 0+}\frac{e^{f(x)}-1}{x}$$

$x\to 0+$일 때 분모가 0으로 수렴하므로 극한값이 존재하기 위해서는 분자도 0으로 수렴해야 한다.
함수 $f(x)$는 다항함수이므로 연속이고, 따라서 $\lim_{x\to 0+}(e^{f(x)}-1)=e^{f(0)}-1=0 \iff f(0)=0$이다.
$f(0)=0$이므로 $h(0)=f(0)=0$이다.
이제 우극한을 계산하면

$$\lim_{x\to 0+}h(x)=\lim_{x\to 0+}\left(\frac{e^{f(x)}-1}{f(x)}\cdot\frac{f(x)-f(0)}{x}\right)=1\cdot f'(0)=f'(0)$$

연속성에 의해 $h(0)=f'(0)$이어야 하므로

$$f'(0)=0$$

이다.
따라서 $f(0)=0, f'(0)=0$이다.

(2) $f(0)=0, f'(0)=0$이므로 삼차함수 $f(x)$를

$$f(x)=ax^3+bx^2$$

로 둘 수 있다. 이때 $f''(0)=2b$이다.
$h(x)$가 $x=0$에서 미분가능하므로 $x=0$에서의 좌미분계수와 우미분계수가 같아야 한다.
- 좌미분계수:
$h(0)=0$이므로

$$\lim_{x\to 0-}\frac{h(x)-h(0)}{x}=\lim_{x\to 0-}\left(\frac{f(x)}{x}+\frac{g^{-1}(x)}{x}\right)=f'(0)+(g^{-1})'(0)$$

$g'(x)=1+\cos x$이므로 $g'(0)=1+\cos 0=2\neq 0$이다.
역함수의 미분법에 의해 $(g^{-1})'(0)=\dfrac{1}{g'(0)}=\dfrac{1}{2}$이다.
$f'(0)=0$이므로 좌미분계수는

$$0+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

이다.
- 우미분계수:

$$\lim_{x\to 0+}\frac{h(x)-h(0)}{x}=\lim_{x\to 0+}\frac{\frac{e^{f(x)}-1}{x}-0}{x}=\lim_{x\to 0+}\frac{e^{f(x)}-1}{x^2}$$

$f(x)=ax^3+bx^2=x^2(ax+b)$이므로

$$\lim_{x\to 0+}\frac{e^{f(x)}-1}{x^2}=\lim_{x\to 0+}\left(\frac{e^{f(x)}-1}{f(x)}\cdot\frac{f(x)}{x^2}\right)=1\cdot\lim_{x\to 0+}(ax+b)=b$$

좌미분계수와 우미분계수가 같아야 하므로

$$b=\frac{1}{2}$$

이다.
따라서 $f''(0)=2b=2\times\dfrac{1}{2}=1$이다.

(3) (2)에서 $b=\dfrac{1}{2}$이므로 $f(x)=ax^3+\dfrac{1}{2}x^2$이다.
조건 $f(-3)=0$에 대입하면

$$f(-3)=a(-3)^3+\frac{1}{2}(-3)^2=-27a+\frac{9}{2}=0 \iff 27a=\frac{9}{2} \iff a=\frac{1}{6}$$

따라서 삼차함수는

$$f(x)=\frac{1}{6}x^3+\frac{1}{2}x^2$$

이다. 도함수를 구하면

$$f'(x)=\frac{1}{2}x^2+x=\frac{1}{2}x(x+2)$$

$f'(x)=0$의 근은 $x=-2$ 또는 $x=0$이다.
$x<-2$에서 $f'(x)>0$, $-2<x<0$에서 $f'(x)<0$, $x>0$에서 $f'(x)>0$이므로 함수 $f(x)$는 $x=-2$에서 극댓값을 갖는다.
따라서 구하는 극댓값은

$$f(-2)=\frac{1}{6}(-2)^3+\frac{1}{2}(-2)^2=-\frac{8}{6}+2=-\frac{4}{3}+2=\frac{2}{3}$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$x=0$에서의 연속성으로부터 $f(0)=0$을 바르게 구한 경우	1.5점
	우극한 식을 정리하여 $f'(0)=0$을 바르게 구한 경우	1.5점
(2)	역함수 미분법을 이용하여 좌미분계수가 $\frac{1}{2}$임을 구한 경우	1.5점
	지수함수 극한을 이용하여 우미분계수가 b임을 밝히고 $f''(0)=1$을 도출한 경우	1.5점
(3)	$f(-3)=0$을 이용하여 $a=\frac{1}{6}$을 구하고 삼차함수식을 완성한 경우	2.0점
	극대 위치 $x=-2$를 판정하고 극댓값 $\frac{2}{3}$를 정확히 구한 경우	2.0점

정답

(1) $f(0)=0,\ f'(0)=0$
(2) 1
(3) $\frac{2}{3}$

[문제 4] 해설

연계 원천

- 교재: 수능특강(미적분)
- 문항 코드: 26011-0147 (Level 3, 06 여러 가지 적분법 실력 완성 3번)
- 인쇄 쪽: 86쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 함수 종류: $\frac{1}{t^3}\sin\frac{\pi x}{t}\to\frac{x}{t^3}e^{-x/t}$ (최댓값 위치가 $x=t$ 또는 끝점 $x=1$로 갈림, 경계 $t=1$).
  ② 주어진 것과 구하는 것 교환: 적분 구간을 주고 적분값을 묻던 것 → 적분값을 주고 위끝 k를 묻음. 방정식 $(1+s)e^{-s}=\frac{3}{2}e^{-1/2}$의 해가 하나뿐임을 $\varphi(s)=(1+s)e^{-s}$의 감소성(또는 $g>0$)으로 보여야 함.

출제 의도

매개변수 t의 범위에 따라 주어진 닫힌구간에서의 최댓값이 극점 또는 구간의 끝점에서 나타남을 파악하여 함수 $g(t)$를 구간별로 정의할 수 있는지 평가한다. 또한 치환적분법과 부분적분법을 활용하여 정적분을 계산하고 단조성을 이용하여 정적분 방정식을 만족시키는 상수의 값을 유일하게 결정할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학Ⅱ, 미적분
성취기준 1	[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
성취기준 2	[12미적03-02] 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
성취기준 3	[12미적03-03] 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (미적분)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	86

문항 해설

(1) 양의 실수 t에 대하여 x에 대해 미분하면

$$f'(x)=\frac{1}{t^3}e^{-\frac{x}{t}}+\frac{x}{t^3}\left(-\frac{1}{t}\right)e^{-\frac{x}{t}}=\frac{1}{t^3}e^{-\frac{x}{t}}\left(1-\frac{x}{t}\right)$$

$f'(x)=0$의 해는 $x=t$이다.
$0\le x<t$에서 $f'(x)>0$, $x>t$에서 $f'(x)<0$이므로 함수 $f(x)$는 $x=t$에서 유일한 극대이자 최대를 갖는다.
$0\le x\le 1$에서 최댓값 $g(t)$를 구하면 다음과 같다.
- $0<t\le 1$인 경우: 극대점 $x=t$가 구간 $[0,1]$에 속하므로 최댓값은

$$g(t)=f(t)=\frac{t}{t^3}e^{-\frac{t}{t}}=\frac{1}{et^2}$$

- $t>1$인 경우: 구간 $[0,1]$에서 $x<t$이므로 $f'(x)>0$이다. 즉 $f(x)$는 $[0,1]$에서 증가하므로 최댓값은 오른쪽 끝점 $x=1$에서 나타난다.

$$g(t)=f(1)=\frac{1}{t^3}e^{-\frac{1}{t}}$$

따라서 $t=\frac{1}{2}\le 1$이므로

$$g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{e\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{4}{e}$$

이다.

(2) $t=2>1$이므로

$$g(2)=\frac{1}{2^3}e^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{8\sqrt{e}}$$

이다.

(3) 먼저 $t \in \left[\frac{1}{2}, 1\right]$에서의 정적분을 계산하면

$$\int_{\frac{1}{2}}^{1} g(t)\,dt = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{1}{et^2}\,dt = \left[-\frac{1}{et}\right]_{\frac{1}{2}}^{1} = -\frac{1}{e} - \left(-\frac{2}{e}\right) = \frac{1}{e}$$

이다. 주어진 정적분 값은

$$\frac{3}{2\sqrt{e}} - \frac{1}{e}$$

이고, $\frac{3}{2\sqrt{e}} > \frac{2}{e}$이므로 $\frac{3}{2\sqrt{e}} - \frac{1}{e} > \frac{1}{e}$이다.
$g(t) > 0$이므로 위끝 k는 반드시 $k > 1$이어야 한다.
따라서 정적분을 구간별로 나누면

$$\int_{\frac{1}{2}}^{k} g(t)\,dt = \int_{\frac{1}{2}}^{1} g(t)\,dt + \int_{1}^{k} g(t)\,dt = \frac{1}{e} + \int_{1}^{k} \frac{1}{t^3}e^{-\frac{1}{t}}\,dt$$

여기서 $\int_1^k \frac{1}{t^3}e^{-\frac{1}{t}}\,dt$에서 $s = \frac{1}{t}$로 치환적분하면
$dt = -\frac{1}{s^2}ds$이고, $t = 1 \implies s = 1, t = k \implies s = \frac{1}{k}$이다.

$$\int_{1}^{k} \frac{1}{t^3}e^{-\frac{1}{t}}\,dt = \int_{1}^{\frac{1}{k}} s^3 e^{-s}\left(-\frac{1}{s^2}\right)ds = \int_{\frac{1}{k}}^{1} se^{-s}\,ds$$

부분적분법을 적용하면 ($u = s$, $v' = e^{-s}$, $v = -e^{-s}$)

$$\int_{\frac{1}{k}}^{1} se^{-s}\,ds = \left[-se^{-s}\right]_{\frac{1}{k}}^{1} - \int_{\frac{1}{k}}^{1}(-e^{-s})\,ds = \left[-(s+1)e^{-s}\right]_{\frac{1}{k}}^{1} = -\frac{2}{e} + \left(1+\frac{1}{k}\right)e^{-\frac{1}{k}}$$

따라서

$$\int_{\frac{1}{2}}^{k} g(t)\,dt = \frac{1}{e} - \frac{2}{e} + \left(1+\frac{1}{k}\right)e^{-\frac{1}{k}} = \left(1+\frac{1}{k}\right)e^{-\frac{1}{k}} - \frac{1}{e}$$

이 값이 $\frac{3}{2\sqrt{e}} - \frac{1}{e} = \frac{3}{2}e^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{e}$과 같아야 하므로

$$\left(1+\frac{1}{k}\right)e^{-\frac{1}{k}} = \frac{3}{2}e^{-\frac{1}{2}} = \left(1+\frac{1}{2}\right)e^{-\frac{1}{2}}$$

함수 $\varphi(s) = (1+s)e^{-s}$ $(s > 0)$에 대하여 $\varphi'(s) = e^{-s} - (1+s)e^{-s} = -se^{-s} < 0$
이므로 $\varphi(s)$는 $s > 0$에서 엄격히 감소한다.
따라서 $\varphi(s) = \varphi\left(\frac{1}{2}\right)$의 해는 $s = \frac{1}{2}$로 유일하다.
즉, $\frac{1}{k} = \frac{1}{2}$이므로

$$k = 2$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$f'(x)$의 부호를 조사하여 $0 < t \le 1$일 때 $g(t) = \frac{1}{et^2}$임을 구하고 $g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{4}{e}$를 구한 경우	3.0점
(2)	$t > 1$일 때 $g(t) = \frac{1}{t^3}e^{-1/t}$임을 구하고 $g(2) = \frac{1}{8\sqrt{e}}$를 구한 경우	3.0점
(3)	$k > 1$임을 확인하고 치환적분 및 부분적분으로 정적분을 바르게 계산한 경우	2.5점
	함수의 단조감소성을 밝혀 $k = 2$를 유일하게 결정한 경우	1.5점

정답

(1) $\frac{4}{e}$
(2) $\frac{1}{8\sqrt{e}}$
(3) 2

[문제 5] 해설

연계 원천

- 교재: 수능특강(수학 Ⅰ)
- 문항 코드: 26008-0181 (Level 3, 06 수열의 합과 수학적 귀납법 실력 완성 3번)
- 인쇄 쪽: 100쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 점화 규칙의 연산을 '$a_n + 1$'(등차적 증가)에서 '$2a_n$'(등비적 증가)으로 바꿨다. 이에 따라 경우 나눔의 경계가 $a_2 \le a_1 + 1$에서 $a_2 \le 2a_1$로 바뀌고, 합의 계수 구조도 $31(a_1 + a_2)$, $61a_1 + a_2$, $a_1 + 46a_2$로 바뀐다.
  ② 묻는 대상: 순서쌍의 개수에서 '가능한 모든 순서쌍에 대한 a_{10}의 값의 합'으로 바꿨다. 경우마다 a_{10}이 $16a_2$, $16a_1$, $16a_2$로 서로 다르게 정해지는 점을 읽어야 한다.

출제 의도

수열의 귀납적 정의에 따라 첫 두 항의 대소 관계에 의해 수열의 모든 항이 결정되는 구조를 파악하고, 경우를 체계적으로 분류하여 합 조건을 만족시키는 자연수 순서쌍을 모두 찾아낼 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학 Ⅰ
성취기준 1	[12수학 Ⅰ 03-01] 수열의 뜻을 안다.
성취기준 2	[12수학 Ⅰ 03-04] 수열의 귀납적 정의를 이해한다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (수학 Ⅰ)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	100

문항 해설

(1) $a_1 > a_2$인 경우:
점화 규칙에 의해 $a_1 > a_2$이므로 $a_3 = a_2$이다.
- $a_2 \le a_3$ ($a_2 = a_2$이므로 성립): $a_4 = 2a_2$
- $a_3 < a_4$ ($a_2 < 2a_2$): $a_5 = 2a_3 = 2a_2$
- $a_4 \le a_5$ ($2a_2 = 2a_2$): $a_6 = 2a_4 = 4a_2$
- $a_5 < a_6$: $a_7 = 2a_5 = 4a_2$

이와 같이 일반화하면 모든 자연수 $j \ge 1$에 대하여

$$a_{2j} = a_{2j+1} = 2^{j-1}a_2$$

가 성립한다.
따라서 제1항부터 제10항까지를 나열하면
$a_1,\ a_2,\ a_2,\ 2a_2,\ 2a_2,\ 4a_2,\ 4a_2,\ 8a_2,\ 8a_2,\ 16a_2$
이므로 그 합은

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = a_1 + a_2(1+1+2+2+4+4+8+8+16) = a_1 + 46a_2$$

조건 (나)에 의해 $a_1 + 46a_2 = 155$이다.
a_1, a_2는 $a_1 > a_2$인 자연수이므로
- $a_2 = 1$일 때: $a_1 = 155 - 46 = 109 > 1$ (적합)
- $a_2 = 2$일 때: $a_1 = 155 - 92 = 63 > 2$ (적합)
- $a_2 = 3$일 때: $a_1 = 155 - 138 = 17 > 3$ (적합)
- $a_2 \ge 4$일 때: $46a_2 \ge 184 > 155$이므로 불가능하다.

따라서 가능한 순서쌍 $(a_1,\ a_2)$는 $(109,\ 1)$, $(63,\ 2)$, $(17,\ 3)$이다.

(2) $a_1 \le a_2$인 경우를 두 가지로 나누어 분석한다.
[경우 A] $a_1 \le a_2 \le 2a_1$인 경우:
- $a_1 \le a_2 \implies a_3 = 2a_1$
- $a_2 \le a_3 \iff a_2 \le 2a_1$ (가정에 의해 성립) $\implies a_4 = 2a_2$
- $a_3 \le a_4 \iff 2a_1 \le 2a_2$ (성립) $\implies a_5 = 2a_3 = 4a_1$
- $a_4 \le a_5 \iff 2a_2 \le 4a_1 \iff a_2 \le 2a_1$ (성립) $\implies a_6 = 2a_4 = 4a_2$

이와 같이 귀납적으로 모든 $j \ge 0$에 대하여

$$a_{2j+1} = 2^j a_1, \quad a_{2j+2} = 2^j a_2$$

가 성립한다.
따라서 제10항까지의 합은

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = (a_1 + a_2)(1+2+4+8+16) = 31(a_1 + a_2) = 155 \iff a_1 + a_2 = 5$$

$a_1 = 2$를 대입하면 $a_2 = 3$이다. 이때 $2 \le 3 \le 2(2) = 4$를 만족하므로 $a_2 = 3$은 적합하다.

[경우 B] $a_2 > 2a_1$인 경우:
- $a_1 < a_2 \implies a_3 = 2a_1$
- $a_2 > 2a_1 = a_3 \implies a_4 = a_3 = 2a_1$
- $a_3 \le a_4$ $(2a_1 = 2a_1) \implies a_5 = 2a_3 = 4a_1$
- $a_4 < a_5$ $(2a_1 < 4a_1) \implies a_6 = 2a_4 = 4a_1$

이후로는 모든 $j \ge 1$에 대하여 $a_{2j+1} = a_{2j+2} = 2^j a_1$이 된다.
따라서 제10항까지를 나열하면
$a_1,\ a_2,\ 2a_1,\ 2a_1,\ 4a_1,\ 4a_1,\ 8a_1,\ 8a_1,\ 16a_1,\ 16a_1$
이므로 합은

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = a_2 + a_1(1+2+2+4+4+8+8+16+16) = 61a_1 + a_2 = 155$$

$a_1 = 2$를 대입하면

$$61(2) + a_2 = 155 \iff 122 + a_2 = 155 \iff a_2 = 33$$

$a_2 = 33 > 2(2) = 4$이므로 조건 $a_2 > 2a_1$을 만족한다.

한편 (1)의 $a_1 > a_2$ 조건에서는 $a_1 = 2$이면 $a_2 < 2$인 자연수이므로 $a_2 = 1$이어야 하는데, $a_1 + 46a_2 = 2 + 46 = 48 \ne 155$이므로 해가 없다.
따라서 $a_1 = 2$일 때 가능한 a_2의 값은 3과 33이다.

(3) 조건을 만족시키는 모든 순서쌍 $(a_1,\ a_2)$와 각 경우의 a_{10}을 정리한다.
1. $a_1 > a_2$인 경우: (1)에서 세 순서쌍이 존재한다.
이때 $a_{10} = 16a_2$이다.
- $(109,\ 1) \implies a_{10} = 16 \times 1 = 16$
- $(63,\ 2) \implies a_{10} = 16 \times 2 = 32$
- $(17,\ 3) \implies a_{10} = 16 \times 3 = 48$

2. $a_1 \le a_2 \le 2a_1$인 경우: $a_1 + a_2 = 5$이다.
- $(1,\ 4)$는 $4 \le 2(1)$을 만족하지 않으므로 탈락.
- $(2,\ 3)$은 $2 \le 3 \le 4$를 만족하므로 적합.
- $a_1 \ge 3$이면 $a_2 \le 2$가 되어 $a_1 \le a_2$에 모순.

따라서 유일한 순서쌍은 $(2,\ 3)$이다. 이때 $a_{10} = 16a_2 = 16 \times 3 = 48$이다.
3. $a_2 > 2a_1$인 경우: $61a_1 + a_2 = 155$이다.
이때 $a_{10} = 16a_1$이다.
- $a_1 = 1 \implies a_2 = 155 - 61 = 94 > 2(1)$ (적합) $\implies a_{10} = 16 \times 1 = 16$
- $a_1 = 2 \implies a_2 = 155 - 122 = 33 > 2(2)$ (적합) $\implies a_{10} = 16 \times 2 = 32$
- $a_1 \ge 3 \implies 61a_1 \ge 183 > 155$이므로 불가.

따라서 조건을 만족시키는 순서쌍 $(a_1,\ a_2)$는 총 6개이며, 각 순서쌍에 대한 a_{10}의 값의 총합은

$$a_{10}\text{의 합} = (16 + 32 + 48) + 48 + (16 + 32) = 96 + 48 + 48 = 192$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$a_1 > a_2$일 때 수열의 일반적 전개 및 합 공식 $a_1 + 46a_2 = 155$를 세운 경우	1.5점
	순서쌍 $(109,\ 1)$, $(63,\ 2)$, $(17,\ 3)$을 모두 바르게 구한 경우	1.5점
(2)	$a_1 \le a_2 \le 2a_1$인 경우를 조사하여 $a_2 = 3$을 구한 경우	1.5점
	$a_2 > 2a_1$인 경우를 조사하여 $a_2 = 33$을 구한 경우	1.5점
(3)	전체 경우를 빠짐없이 분류하여 총 6개의 순서쌍을 확정한 경우	2.0점
	각 경우의 a_{10}을 올바르게 구하고 그 합 192를 정확히 계산한 경우	2.0점

정답

(1) $(109,\ 1)$, $(63,\ 2)$, $(17,\ 3)$
(2) 3, 33
(3) 192

[문제 6] 해설

연계 원천

- 교재: 수능특강(수학Ⅱ)
- 문항 코드: 26009-0122 (Level 3, 05 도함수의 활용(2) 실력 완성 2번)
- 인쇄 쪽: 72쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 조건 대체: '$M(1) + m(2) > 0$'과 '자연수 p 존재'를 '$m(1) = m(2)$'(겹치는 두 구간의 최솟값이 같음)로 바꿨다. p는 실수 전체에서 움직인다.
  ② 묻는 대상: $f(p)$라는 값 하나에서 '$m(1)$의 최댓값'으로 바꿨다. 조건을 만족시키는 p의 범위 $[2,3]$을 구한 뒤 그 위에서 최적화해야 한다.

출제 의도

도함수의 근과 함숫값 조건을 이용하여 다항함수의 식을 미정계수로 나타내고, 구간의 변화에 따른 최솟값 함수의 거동을 함수의 증가·감소 및 극값을 바탕으로 엄밀하게 분석할 수 있는지 평가한다. 또한 최솟값이 일치하는 매개변수의 범위를 결정하고 그 위에서 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학Ⅱ
성취기준 1	[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
성취기준 2	[12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
성취기준 3	[12수학Ⅱ03-01] 부정적분의 뜻을 알고, 다항함수의 부정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (수학Ⅱ)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	72

문항 해설

(1) 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$는 삼차항의 계수가 4인 삼차함수이다.

$f'(-2)=0, f'(0)=0$이고 $f'(p)=0\ (p>0)$이므로

$$f'(x)=4x(x+2)(x-p)=4x(x^2+(2-p)x-2p)=4x^3+4(2-p)x^2-8px$$

부정적분하면

$$f(x)=x^4+\frac{4(2-p)}{3}x^3-4px^2+C$$

$f(0)=0$이므로 적분상수 $C=0$이다. 따라서

$$f(x)=x^4+\frac{4(2-p)}{3}x^3-4px^2$$

이다.

(2) $p>0$이므로 $x>0$에서 도함수 $f'(x)=4x(x+2)(x-p)$의 부호를 살펴보면

- $0<x<p$에서 $f'(x)<0$ (함수 $f(x)$는 엄격히 감소)
- $x>p$에서 $f'(x)>0$ (함수 $f(x)$는 엄격히 증가)

따라서 양의 실수 범위에서 $f(x)$의 유일한 극솟점은 $x=p$이다.

이제 양수 t에 대하여 구간 $[t,\,t+2]$에서의 최솟값 $m(t)$를 분석한다.

- $m(1)$은 구간 $[1,\,3]$에서의 최솟값이다:
- $p<1$이면: $[1,\,3]$에서 f가 증가하므로 $m(1)=f(1)$
- $1\le p\le 3$이면: 극소점 $x=p$가 구간에 포함되므로 $m(1)=f(p)$
- $p>3$이면: $[1,\,3]$에서 f가 감소하므로 $m(1)=f(3)$
- $m(2)$는 구간 $[2,\,4]$에서의 최솟값이다:
- $p<2$이면: $[2,\,4]$에서 f가 증가하므로 $m(2)=f(2)$
- $2\le p\le 4$이면: 극소점 $x=p$가 구간에 포함되므로 $m(2)=f(p)$
- $p>4$이면: $[2,\,4]$에서 f가 감소하므로 $m(2)=f(4)$

이제 $m(1)=m(2)$가 성립할 조건을 p의 범위에 따라 조사한다.

- $p<1$인 경우: $m(1)=f(1),\ m(2)=f(2)$이다. $p<1$이면 $[1,\,2]$에서 f가 증가하므로 $f(1)<f(2)$, 즉 $m(1)<m(2)$이므로 불가능하다.
- $1\le p<2$인 경우: $m(1)=f(p),\ m(2)=f(2)$이다. $x>p$에서 f는 엄격히 증가하므로 $f(p)<f(2)$, 즉 $m(1)<m(2)$이므로 불가능하다.
- $2\le p\le 3$인 경우: p가 두 구간 $[1,\,3]$과 $[2,\,4]$에 모두 속하므로

$$m(1)=f(p),\quad m(2)=f(p)$$

가 되어 항상 $m(1)=m(2)$가 성립한다.

- $p>3$인 경우: $m(1)=f(3)$이다. $\min(p,4)$는 구간 $[2,\,4]$에 속하므로 $m(2)\le f(\min(p,4))$이다. 또 $3<\min(p,4)\le p$이고 f는 $(0,\,p)$에서 엄격히 감소하므로 $f(\min(p,4))<f(3)$이다.

따라서 $m(2)\le f(\min(p,4))<f(3)=m(1)$이 되어 등호가 성립하지 않는다.

그러므로 $m(1)=m(2)$일 필요충분조건은

$$2\le p\le 3$$

이다.

따라서 가능한 자연수 p의 값은 2와 3이다.

(3) $2\le p\le 3$에서 $m(1)=f(p)$이다.

$$f(p)=p^4+\frac{4(2-p)}{3}p^3-4p(p^2)=p^4+\frac{8}{3}p^3-\frac{4}{3}p^4-4p^3=-\frac{1}{3}p^4-\frac{4}{3}p^3=-\frac{p^3(p+4)}{3}$$

$p>0$에서 p^3과 $p+4$는 모두 양수이고 p에 대해 엄격히 증가하므로, 그 곱인 $p^3(p+4)$도 엄격히 증가한다.

따라서 $f(p)=-\dfrac{p^3(p+4)}{3}$는 $p>0$에서 엄격히 감소하는 함수이다.

그러므로 닫힌구간 $[2,\,3]$에서 $m(1)=f(p)$의 최댓값은 p가 가장 작을 때인 $p=2$에서 발생한다.

$$m(1)_{\max}=f(2)=-\frac{2^3(2+4)}{3}=-\frac{8\times 6}{3}=-16$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$f'(x)$의 인수 형태를 세우고 적분을 통해 $f(x)$를 p에 대한 식으로 올바르게 표현한 경우	3.0점
(2)	구간별 최솟값 $m(1)$과 $m(2)$를 p의 범위에 따라 논리적으로 분석한 경우	1.5점
	$m(1)=m(2)$의 필요충분조건이 $2\le p\le 3$임을 밝히고 자연수 $p=2,3$을 구한 경우	1.5점
(3)	$f(p)=-\dfrac{p^3(p+4)}{3}$를 도출하고 감소함수임을 밝힌 경우	2.0점
	$p=2$에서 최댓값 -16을 정확히 계산한 경우	2.0점

정답

(1) $f(x)=x^4+\dfrac{4(2-p)}{3}x^3-4px^2$

(2) 2, 3

(3) -16

[문제 7] 해설

연계 원천

- 교재: 수능특강(수학Ⅱ)
- 문항 코드: 26009-0147 (Level 3, 06 부정적분과 정적분 실력 완성 1번)
- 인쇄 쪽: 86쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 조건 대체: 중근을 고르는 조건을 '$\int_0^2 f > 0$'에서 '방정식 $\int_0^x f(t)\,dt = 0$의 서로 다른 실근의 개수가 2'로 바꿨다. 원천과 반대로 $ax^2(x-2)$가 남는다.
  ② 주어진 것과 구하는 것을 서로 바꿈: 원천은 극솟값(-11)을 주고 계수를 구한 뒤 $g(2)$를 묻는다. 여기서는 계수를 정하는 값($\int_0^2 |f| = 8$, 두 후보에서 같은 값)을 주고 극솟값을 묻는다.
  ③ 적분의 기준점을 1에서 -1로 바꿨다. 기준점이 1이면 두 후보의 극솟값이 모두 $-\frac{11}{2}$이 되어 (나)가 잉여가 되는데, 이를 막기 위해서다.

출제 의도

방정식의 실근 조건으로부터 삼차함수의 인수분해 형태를 두 가지 후보로 설정하고, 정적분으로 정의된 함수의 실근 개수를 분석하여 올바른 함수 형태를 판정할 수 있는지 평가한다. 또한 절댓값 함수의 정적분으로부터 최고차항의 계수를 결정하고, 도함수의 부호 조사를 통해 극솟값을 정확히 계산할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학Ⅱ
성취기준 1	[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
성취기준 2	[12수학Ⅱ03-02] 정적분의 뜻을 안다.
성취기준 3	[12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (수학Ⅱ)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	86

문항 해설

(1) 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=0$의 실근이 0과 2뿐이므로, 최고차항의 계수를 a ($a>0$)라 하면 $f(x)$는 다음 두 가지 꼴 중 하나이다.
- [형태 I] $f(x) = ax^2(x-2)$ ($x=0$이 중근)
- [형태 II] $f(x) = ax(x-2)^2$ ($x=2$가 중근)

형태 I은 $0 \le x \le 2$에서 $f(x) \le 0$이므로 $|f(x)| = -f(x)$이고, 형태 II는 $0 \le x \le 2$에서 $f(x) \ge 0$이므로 $|f(x)| = f(x)$이다.
- 형태 I의 경우:

$$\int_0^2 |f(x)|\,dx = \int_0^2 (-ax^3 + 2ax^2)\,dx = a\left[-\frac{1}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3\right]_0^2 = a\left(-4 + \frac{16}{3}\right) = \frac{4}{3}$$

- 형태 II의 경우:

$$\int_0^2 |f(x)|\,dx = \int_0^2 ax(x-2)^2\,dx = \int_0^2 (ax^3 - 4ax^2 + 4ax)\,dx = a\left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{4}{3}x^3 \right.$$

로 형태 I과 같은 값을 갖는다.
조건 (다)에서 $\int_0^2 |f(x)|\,dx = 8$이므로

$$\frac{4}{3}a = 8 \iff a = 6$$

이다. 따라서 $f(x)$의 최고차항의 계수는 6이다.

(2) $G(x) = \int_0^x f(t)\,dt$라 하면 $G(0)=0$이므로 $x=0$은 항상 $G(x)=0$의 실근이다.
두 형태에 대하여 방정식 $G(x)=0$의 실근을 각각 조사한다.
- 형태 I: $f(x) = 6x^2(x-2) = 6x^3 - 12x^2$일 때

$$G(x) = \int_0^x (6t^3 - 12t^2)\,dt = \frac{3}{2}x^4 - 4x^3 = \frac{1}{2}x^3(3x-8)$$

$G(x)=0$의 실근은 $x=0$과 $x=\frac{8}{3}$로 서로 다른 실근의 개수는 2이다. 따라서 조건 (나)를 만족한다.
- 형태 II: $f(x) = 6x(x-2)^2 = 6x(x^2-4x+4) = 6x^3 - 24x^2 + 24x$일 때

$$G(x) = \int_0^x (6t^3 - 24t^2 + 24t)\,dt = \frac{3}{2}x^4 - 8x^3 + 12x^2 = \frac{1}{2}x^2(3x^2 - 16x + 24)$$

이차방정식 $3x^2 - 16x + 24 = 0$의 판별식은 $\frac{D}{4} = (-8)^2 - 3(24) = 64 - 72 = -8 < 0$이므로 실근을 갖지 않는다.
따라서 $G(x)=0$의 실근은 $x=0$ 하나뿐이므로 조건 (나)와 모순이다.

그러므로 $f(x) = 6x^2(x-2) = 6x^3 - 12x^2$이다.
이제 함수 $h(x) = \int_{-1}^x f(t)\,dt$의 극값을 구한다.
$h'(x) = f(x) = 6x^2(x-2)$이므로
- $x<0$에서 $h'(x)<0$
- $0<x<2$에서 $h'(x)<0$
- $x>2$에서 $h'(x)>0$

따라서 $x=0$ 좌우에서는 $h'(x)$의 부호가 바뀌지 않고, $x=2$에서 음에서 양으로 부호가 바뀌므로 함수 $h(x)$는 $x=2$에서 유일한 극소이자 최소를 갖는다.
구하는 극솟값은

$$\begin{aligned} h(2) = \int_{-1}^2 (6t^3 - 12t^2)\,dt &= \left[\frac{3}{2}t^4 - 4t^3\right]_{-1}^2 \\ &= \left(\frac{3}{2}\cdot 16 - 4\cdot 8\right) - \left(\frac{3}{2}\cdot 1 - 4(-1)\right) \\ &= (24 - 32) - \left(\frac{3}{2} + 4\right) \\ &= -8 - \frac{11}{2} = -\frac{27}{2} \end{aligned}$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$f(x)$의 두 가지 형태를 제시하고 절댓값 정적분을 계산하여 $a=6$을 바르게 구한 경우	3.0점
(2)	$G(x)=\int_0^x f(t)\,dt=0$의 실근 개수를 각각 판별하여 형태 I ($f(x)=6x^2(x-2)$)을 확정한 경우	2.5점
	$h'(x)=f(x)$의 부호 조사를 통해 극소 위치 $x=2$를 찾고 극솟값 $-\dfrac{27}{2}$을 정확히 계산한 경우	2.5점

정답

(1) 6

(2) $-\dfrac{27}{2}$

[문제 8] 해설

연계 원천

- 교재: 수능특강(수학Ⅱ)
- 문항 코드: 26009-0048 (Level 3, 02 함수의 연속 실력 완성 1번)
- 인쇄 쪽: 30쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 함수 종류: 이차함수를 삼차함수로 바꿨다. 인수 결정 뒤에도 근 c 하나와 계수 a가 남고, 연속 조건은 $ac=-\frac{1}{4}$ 하나만 준다. 그래서 답이 값이 아니라 가족(모수 1개)이 된다. 중근(-1 이중근은 탈락, -2 이중근은 통과)과 $c=0$ 경우도 따로 판정해야 한다.
  ② 묻는 대상: $f(11)$의 값에서 '$f(1)$의 값의 범위'로 바꿨다. '$-1<x<0$에서 $f(x)\neq 0$'(정의역 조건)으로 $c\notin[-1,0]$이 되는 점이 핵심 함정이다.

출제 의도

분수형태로 정의된 함수의 연속성 조건을 극한과 인수의 성질을 통해 해석하고, 분모가 0이 되지 않아야 한다는 정의구역의 조건을 바탕으로 미정계수의 범위를 제한하여 함숫값이 취할 수 있는 정수의 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학Ⅱ
성취기준 1	[12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.
성취기준 2	[12수학Ⅱ01-03] 함수의 연속의 뜻을 안다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (수학Ⅱ)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	30

문항 해설

(1) $g(x)$가 실수 전체에서 연속이므로 $x=-1$에서 연속이다. 즉

$$\lim_{x\to -1+} g(x)=g(-1)=2f(-1)$$

이어야 한다.
또한 $g(x)$가 $(-1,\,0)$에서 정의되어 있으므로 모든 $x\in(-1,\,0)$에 대하여 $f(x)\neq 0$이다.
만약 $f(-1)\neq 0$이라면

$$\lim_{x\to -1+} g(x)=\lim_{x\to -1+}\frac{(x+1)f(2x)}{f(x)}=\frac{0\cdot f(-2)}{f(-1)}=0$$

이 되어 $2f(-1)=0 \iff f(-1)=0$이 되므로 $f(-1)\neq 0$이라는 가정에 모순이다.
따라서 반드시

$$f(-1)=0$$

이다. 아래 (2)의 첫 부분에서 보이듯 $f(-2)=0$도 반드시 성립하므로, 방정식 $f(x)=0$이 반드시 갖는 두 실근은 -1, -2이다.

(2) $f(-1)=0$이므로 $f(x)=(x+1)Q(x)$ ($Q(x)$는 이차식)로 둘 수 있다.
- 만약 $Q(-1)=0$이라면 $f(x)=a(x+1)^2(x-d)$ 꼴이다.
이때 $\lim_{x\to -1+} g(x)=\lim_{x\to -1+}\dfrac{(x+1)\cdot a(2x+1)^2(2x-d)}{a(x+1)^2(x-d)}=\lim_{x\to -1+}\dfrac{(2x+1)^2(2x-d)}{(x+1)(x-d)}$
이 극한값이 유한하게 존재하려면 분자가 $x\to -1+$에서 0이 되어야 하므로 $2(-1)-d=0 \implies d=-2$이다.
그러면 $f(x)=a(x+1)^2(x+2)$가 되고, 이때의 극한값은

$$\lim_{x\to -1+}\frac{(2x+1)^2(2x+2)}{(x+1)(x+2)}=\lim_{x\to -1+}\frac{2(2x+1)^2}{x+2}=\frac{2(1)}{1}=2$$

그런데 $g(-1)=2f(-1)=0$이므로 $2\neq 0$이 되어 $x=-1$에서 불연속이 된다.
따라서 $Q(-1)\neq 0$이다.
- $Q(-1)\neq 0$인 경우:

$$\lim_{x\to -1+} g(x)=\lim_{x\to -1+}\frac{(x+1)f(2x)}{(x+1)Q(x)}=\lim_{x\to -1+}\frac{f(2x)}{Q(x)}=\frac{f(-2)}{Q(-1)}$$

이 값이 $g(-1)=2f(-1)=0$이어야 하므로

$$f(-2)=0$$

이어야 한다.
따라서 방정식 $f(x)=0$은 $x=-2$를 반드시 실근으로 가지고, $f(x)$는 $(x+1)$과 $(x+2)$를 인수로 가지므로 $f(x)=a(x+1)(x+2)(x-c)$ ($a\neq 0$)로 나타낼 수 있다.

이제 $x=0$에서의 연속성을 적용한다.
$g(0)=2f(0)=2\cdot a(1)(2)(-c)=-4ac$이다.
$x\to 0-$일 때

$$\lim_{x\to 0-} g(x)=\lim_{x\to 0-}\frac{(x+1)\cdot a(2x+1)(2x+2)(2x-c)}{a(x+1)(x+2)(x-c)}$$
$$=\lim_{x\to 0-}\frac{2(2x+1)(x+1)(2x-c)}{(x+2)(x-c)}$$

- 만약 $c=0$이라면 식은 $\dfrac{2(2x+1)(x+1)(2x)}{(x+2)x}=\dfrac{4(2x+1)(x+1)}{x+2}\to\dfrac{4}{2}=2$가 되는데, $g(0)=-4a(0)=0\neq 2$이므로 불연속이다. 따라서 $c\neq 0$이다.
- $c\neq 0$일 때:

$$\lim_{x\to 0-} g(x)=\frac{2(1)(1)(-c)}{2(-c)}=1$$

연속성에 의해 $g(0)=1$이어야 하므로

$$-4ac=1 \iff ac=-\frac{1}{4}$$

이다.
또한 구간 $(-1,0)$에서 $f(x)\neq 0$이어야 하므로 근 c는 구간 $[-1,0]$에 속하지 않아야 한다.
따라서 최고차항의 계수 a와 나머지 한 실근 c 사이의 관계식과 c의 값의 범위는

$$ac=-\frac{1}{4},\qquad c<-1 \text{ 또는 } c>0$$

이다.

(3) $f(x)=a(x+1)(x+2)(x-c)$에서 $x=1$을 대입하면

$$f(1)=a(2)(3)(1-c)=6a(1-c)=6a-6ac$$

(2)에서 $ac=-\dfrac{1}{4}$이므로 $a=-\dfrac{1}{4c}$이다. 이를 대입하면

$$f(1)=6\left(-\frac{1}{4c}\right)-6\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{3}{2c}+\frac{3}{2}=\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{c}\right)$$

c의 범위 $c<-1$ 또는 $c>0$에 따른 $f(1)$의 범위를 구한다.
- $c>0$인 경우:
$\dfrac{1}{c}>0$이므로 $1-\dfrac{1}{c}<1$이다. 따라서

$$f(1)<\frac{3}{2}$$

- $c<-1$인 경우:
$-1<\dfrac{1}{c}<0$이므로 $0<-\dfrac{1}{c}<1 \iff 1<1-\dfrac{1}{c}<2$이다.
따라서

$$\frac{3}{2}<f(1)<3$$

두 경우를 종합하면 $f(1)$의 값의 범위는

$$f(1)<\frac{3}{2} \quad \text{또는} \quad \frac{3}{2}<f(1)<3$$

이다.
따라서 $f(1)$이 될 수 있는 정수는 $\ldots,-1,0,1,2$이며, 이 중 최댓값은 2이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$x=-1$에서의 연속성으로 $f(-1)=0$을 보인 경우	1.2점
	우극한 계산(중근 경우 배제 포함)으로 $f(-2)=0$을 보인 경우	1.3점
(2)	$x=0$에서의 연속성 극한을 계산하여 $ac=-\dfrac{1}{4}$을 도출한 경우	1.5점
	정의구역 조건에서 c의 값의 범위 $c<-1$ 또는 $c>0$을 구한 경우	1.0점
(3)	$f(1)$을 c에 대한 식으로 표현하고 c의 범위에 따른 $f(1)$의 치역을 구한 경우	2.0점
	정수 중 최댓값 2를 정확히 구한 경우	1.0점

정답

(1) $-1,\ -2$
(2) $ac=-\dfrac{1}{4}$, $c<-1$ 또는 $c>0$
(3) 2

[문제 9] 해설

출제 의도

사물의 생태적 특성에서 삶의 이치를 발견하는 고전 수필(설)과, 역사적 인물들의 사례를 통해 선비의 올바른 처신(나아감과 물러남)을 논증한 고전 산문을 상호텍스트적으로 비교·이해한다. 지문 내 핵심 어휘를 정확히 포착하고, 군자의 처신을 판단하는 기준을 다른 글의 인물 행적에 적용하여 제시된 근거로 판단할 수 있는 범위를 설명하는 약술형 서술 능력을 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

구분	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호 [별책5] 국어과 교육과정
과목명	국어, 문학, 독서
성취기준 1	[10국05-05] 주체적인 관점에서 작품을 해석하고 평가하며 문학을 생활화하는 태도를 지닌다.
성취기준 2	[12문학02-02] 작품을 작가, 사회·문화적 배경, 상호 텍스트성 등 다양한 맥락에서 이해하고 감상한다.
성취기준 3	[12독서02-02] 글에 드러나지 않은 정보를 예측하여 필자의 의도나 글의 목적, 숨겨진 주제, 생략된 내용을 추론하며 읽는다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (문학)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	29
교과서 외	수능특강 (문학)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	268-269

문항 해설

(1) ㉠이 포함된, 글쓴이가 윤 공에게 한 말 속의 문장 "대개 그 (㉠)하는 바에 있어서 사물과 나 사이에 차이가 없는 것은 어쩔 수 없는 일이다."는 (가)의 마지막 문단에서 "또한 사람이 숭상하는 바를 관찰하건대, 곧 불이 마른 것으로 나아가고 물이 축축한 곳으로 흐르듯이 사물과 나 사이에 차이가 없는 것은 어쩔 수 없는 일이다."로 되풀이된다. 두 문장은 '불이 마른 것으로 나아가고 물이 축축한 곳으로 흐름'과 '사물과 나 사이에 차이가 없음'을 똑같이 말하므로, ㉠에 들어갈 2음절 단어는 '숭상'이다.

(2) (가)의 ㉢ '은퇴'는 관직에서 물러나 삶을 수양하는 일을 가리킨다. (나)의 "선비의 거취, 은거함과 벼슬함"에서 '벼슬함'과 짝을 이루어 대비되는 삶의 방식은 '은거'이며, 이어지는 "은거했다고 하여 고상하고, 벼슬했다고 해서 구차한 것은 아니다", "은거할 만하기에 은거한 것이므로"에서도 '은거'와 '벼슬'이 짝을 이룬다. '은둔'은 위선적인 선비의 행태를 비판하는 다른 대목에 쓰였고 '벼슬함'과 짝을 이루지 않으므로 발문의 조건에 맞지 않으며, '은거함'은 3음절이므로 형식 조건에 맞지 않는다.

(3) (나)는 군자가 벼슬에 나아가고 물러나는 일을 '의리에 합당한가'와 '시의에 맞는가'에 따라 결정해야 하며, 이롭다고 조급하게 나아가서도 위태롭다고 함부로 물러나서도 안 된다고 본다. 이 기준에 따르면 출사가 이른지 늦은지는 그 자체로 평가 기준이 아니므로, 마흔이 넘어 벼슬에 나아갔다는 이유로 사람들이 '늦었다'고 한 것만으로 윤 공의 출사를 부정적으로 평가할 수는 없다. 다만 ㉡에는 윤 공이 벼슬에 나아가 더욱 충실히 하였다는 사실만 있을 뿐 출사 당시의 의리와 시의가 실제로 충족되었는지는 드러나 있지 않으므로, 이 물음에서는 출사가 의리·시의에 부합했다고 단정하기보다 평가 기준을 정확히 적용하는 것이 핵심이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	'숭상'을 정확히 기재하면 정답	2.5점
	'선택' 등 되풀이된 문장에 근거하지 않은 단어, 2음절이 아닌 답	0점
(2)	'은거'를 정확히 기재하면 정답	3.1점
	'은거함'처럼 단어는 맞으나 2음절 조건을 어긴 경우	2.1점 (1.0점 감점)
	'은둔'('벼슬함'과 짝을 이루지 않음), '거취', '시의', '작록' 등	0점
(3)	① (나)의 기준인 의리의 합당성(1.2점)과 시의의 적합성(1.2점)을 각각 밝힘. '도리에 맞음', '때·처한 상황에 맞음' 등 문맥에 맞는 동등 표현도 인정	최대 2.4점
	② 늦었다는 남들의 평가만으로는 출사를 부정적으로 평가할 수 없다는 결론을 ①의 기준과 연결함	최대 2.0점
	②의 결론 없이 윤 공의 출사가 의리와 시의에 부합한 올바른 처신이었다고 단정하기만 한 경우 ②는 0점(①은 별도 채점)	위 기준에 포함
	완결된 한 문장이 아니거나 비문인 경우 1.0점 감점(최종 점수는 0점 미만으로 내리지 않음)	감점 최대 1.0점

정답

(1) 숭상

(2) 은거

(3) (나)에 따르면 군자의 출사는 의리에 합당한지와 시의에 맞는지를 기준으로 판단해야 하므로, 나이가 늦었다는 남들의 평가만으로 윤 공의 출사를 부정적으로 평가할 수는 없다.

[문제 10] 해설

출제 의도

성층권 오존의 생성과 분해, CFC에서 나온 염소 원자가 오존을 분해하는 과정과 촉매 작용의 원리를 지문에서 정확하게 독해하고, 이를 바탕으로 생략된 핵심 인과 관계 구절을 복원하며, <보기>에 서술된 기능(태양 복사선을 받아 염소 원자를 다시 공급함)을 지닌 물질군의 명칭을 지문에서 찾아내는지 평가한다. 또한 지문에 말로 서술된 반응들을 반응하는 물질과 생성되는 물질로 재구성한 뒤, 염소가 어떤 형태로 있는지에 따라 일어날 수 있는 반응을 골라 차례대로 적용하여 분해된 오존과 생성된 산소 분자 등의 양을 추론할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

구분	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호 [별책5] 국어과 교육과정
과목명	독서
성취기준 1	[12독서02-02] 글에 드러나지 않은 정보를 예측하여 필자의 의도나 글의 목적, 숨겨진 주제, 생략된 내용을 추론하며 읽는다.
성취기준 2	[12독서03-03] 과학·기술 분야의 글을 읽으며 제재에 담긴 지식과 정보의 객관성, 논거의 입증 과정과 타당성, 과학적 원리의 응용과 한계 등을 비판적으로 이해한다.

나) 자료 출처

구분	도서명	작성자(저자)	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (독서)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	211-212

문항 해설

(1) 둘째 단락에서 염소 원자가 촉매로 작용하는 이유를 파악해야 한다. 지문에 따르면 염소 원자(Cl)는 오존 분자(O_3)와 반응하여 산소 분자(O_2)와 일산화 염소 라디칼(ClO)을 만들고, 일산화 염소 라디칼은 산소 원자(O)와 반응하여 다시 염소 원자와 산소 분자를 만든다. 그래서 "결국 하나의 염소 원자는 하나의 오존 분자와 하나의 산소 원자가 2개의 산소 분자를 생성하는 반응을 매개한다." 즉 염소 원자는 오존을 분해하는 반응을 매개하여 완결하지만, 두 단계를 거치고 나면 처음과 같은 염소 원자로 돌아와 소모되지 않는다. 따라서 염소 원자가 오존을 분해하는 촉매로서 기능하는 근거는 '오존을 분해하는 반응을 완결하면서 스스로 보존된다는'(또는 '오존 분해 반응을 매개하고 스스로 소모되지 않는다는') 점에 있다.

(2) 지문의 마지막 단락에서 염소 원자 또는 일산화 염소 라디칼이 다른 물질과 반응하여 생성하는 HCl·$ClONO_2$ ·HOCl을 통틀어 '염소 원천 화합물'이라고 하고, "이들 '염소 원천 화합물'은 태양 복사선을 받으면서 분해되어 성층권에 반응성이 큰 자유 라디칼 염소 원자를 공급해 주게 된다."라고 하였다. 이 물질들은 태양 복사선을 받아 분해되면서 염소 원자를 공급하므로, 이미 생성된 화합물이 있다면 CFC의 새로운 분해 없이도 이 공급 경로가 작동할 수 있다. 따라서 정답은 '염소 원천 화합물'이다. CFC 분해 과정에 쓰인 '자외선'이나, 공급되는 결과물인 '염소 원자'·'자유 라디칼'을 쓰면 <보기>의 '만들어 둔 물질군'에 맞지 않는다.

(3) 먼저 지문의 서술에서 무엇과 무엇이 반응하여 무엇이 생기는지가 제시된 반응을 골라 정리한다.
- [반응 1] 염소 원자 + 오존 분자 → 일산화 염소 라디칼 + 산소 분자 ($Cl + O_3 \rightarrow ClO + O_2$)
- [반응 2] 일산화 염소 라디칼 + 산소 원자 → 염소 원자 + 산소 분자 ($ClO + O \rightarrow Cl + O_2$)
- [반응 3] 염소 원자 또는 일산화 염소 라디칼 + 다른 물질(X) → 염소 원천 화합물(HCl, $ClONO_2$, $HOCl$). <조건>의 Y가 이것이다.
- [반응 4] 염소 원천 화합물 + 태양 복사선 → 염소 원자. 세 화합물의 화학식에는 염소가 모두 1개씩 들어 있으므로, 화합물 1개가 분해되면 염소 원자 1개가 생긴다.

이 밖의 만남, 곧 염소 원자가 산소 원자를 만날 때, 일산화 염소 라디칼이 오존 분자를 만날 때, 염소 원천 화합물이 오존 분자를 만날 때, 염소 원자나 일산화 염소 라디칼이 태양 복사선을 받을 때는 무엇이 생기는지가 지문에 제시되어 있지 않으므로 <조건>에 따라 아무 변화가 없다. 특히 "이것들은 활발하게 오존을 분해하는 반응에 참여한다."의 '이것들'을 염소 원천 화합물로 읽더라도, 염소 원천 화합물과 오존이 무엇을 생성하는지는 지문에 없으므로 7번째 차례에는 반응이 일어나지 않는다.

이를 <순서>에 차례로 적용하면 다음과 같다.

차례	만나는 대상	만나기 전 형태	적용되는 반응	만난 뒤 형태	분해된 O_3 누계	생성된 O_2 누계	소모된 O 누계
1	O_3	Cl	반응 1	ClO	1	1	0
2	O_3	ClO	없음	ClO	1	1	0
3	O	ClO	반응 2	Cl	1	2	1
4	O	Cl	없음	Cl	1	2	1
5	O_3	Cl	반응 1	ClO	2	3	1
6	X	ClO	반응 3	염소 원천 화합물	2	3	1
7	O_3	염소 원천 화합물	없음	염소 원천 화합물	2	3	1
8	태양 복사선	염소 원천 화합물	반응 4	Cl	2	3	1
9	O_3	Cl	반응 1	ClO	3	4	1

- ⓐ: 오존 분자는 [반응 1]이 일어난 1·5·9번째 차례에만 분해되므로 3개이다. 오존 분자를 만난 횟수(5회)를 그대로 세면 안 된다.
- ⓑ: 산소 분자는 [반응 1]에서 1개씩 3개, [반응 2]에서 1개 생성되어 모두 4개이다. '오존 분자 1개와 산소 원자 1개가 산소 분자 2개를 만든다'는 결과는 두 단계가 모두 끝났을 때의 것이므로, 5번째 차례처럼 [반응 1] 뒤에 [반응 2]가 이어지지 못한 경우와 9번째 차례처럼 과정이 [반응 1]에서 끝난 경우에는 산소 분자가 1개만 생긴다. 따라서 분해된 오존 수의 2배인 6개가 아니다.
- ⓒ: 산소 원자는 [반응 2]가 일어난 3번째 차례에만 소모되므로 1개이다. 4번째 차례에는 염소 원자 상태에서 산소 원자를 만났으므로 반응이 없다.
- ⓓ: 8번째 차례에 염소 원천 화합물에서 Cl 1개가 공급되지만, 9번째 차례에 이 Cl이 O_3 와 반응하여 ClO가 된다. 그 뒤에는 ClO를 Cl로 되돌릴 산소 원자를 만나는 차례가 없으므로, 최종적으로 ClO는 1개이고 염소 원자 형태로 있는 입자는 0개이다. 염소 원자의 전체 수가 보존된다는 사실과 독립된 Cl 입자가 남는다는 것은 구별해야 한다. 염소 원자는 오존 분해 반응을 '완결하면서' 보존되므로, 반응 순환이 끝나지 않은 시점에서는 염소 원자 상태로 돌아와 있지 않다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	① '오존을 분해하는 반응 매개/완결'과 ② '스스로 보존됨(소모되지 않고 재생됨)'이라는 두 가지 핵심 요소를 모두 포함하여 문맥에 맞게 서술하면 정답 인정. • 기준 답안: '오존을 분해하는 반응을 완결하면서 스스로 보존된다는' (공백 포함 28자, 공백 제외 23자) • 허용 답안 예시: '오존 분해 반응을 매개하고 스스로 소모되지 않는다는' (28자), '오존 분해 반응을 완결하고 자신은 소모되지 않는다는' (28자), '오존을 분해하는 반응을 매개하며 스스로 보존된다는' (27자), '오존 분해 반응에 참여하지만 스스로 소모되지 않고 재생된다는' (33자) 등 • 부분 점수: 두 핵심 요소 중 하나만 포함된 경우 2.2점 부여 – 요소 ①만 포함: '오존을 분해하는 반응을 매개한다는', '오존 분해 반응을 완결한다는' 등 – 요소 ②만 포함: '스스로 보존된다는', '반응 과정에서 소모되지 않는다는', '자신은 소모되지 않고 재생된다는' 등 • 오답 사례: '반응성이 매우 크다는', '다른 물질과 결합한다는' 등 촉매 기능 정의와 무관한 진술은 0점 처리. • 글자 수 감점: 답안 자체의 음절·공백·문장 부호를 각각 1자로 세며(답안을 둘러싼 따옴표는 세지 않음), 15자 미만 또는 45자 초과이면 내용 점수에서 0.5점 감점하되 최종 점수는 0점 미만으로 내리지 않음. 위 부분 점수 예시는 내용 판정의 예이며, 분량을 어긴 답안에는 이 감점을 함께 적용함.	4.3점
(2)	'염소 원천 화합물'을 쓰면 2.5점. 따옴표 유무와 의미를 바꾸지 않는 띄어쓰기 차이는 감점하지 않음. • 오답 사례: '염화 수소'처럼 개별 물질명만 쓴 경우, '염소 화합물'·'원천 화합물'처럼 물질군 명칭의 핵심 요소를 빠뜨린 경우, '일산화 염소 라디칼'·'자유 라디칼'·'자외선'처럼 다른 대상을 쓴 경우는 0점. 부분 점수 없음.	2.5점
(3)	ⓐ, ⓑ, ⓒ, ⓓ를 모두 정확히 기재하면 정답. 각 항목당 0.8점씩 부분 점수 부여. • ⓐ: 3 (또는 '3개') • ⓑ: 4 (또는 '4개') • ⓒ: 1 (또는 '1개') • ⓓ: 0 (또는 '0개') • 수치만 기재하거나 '개' 단위를 병기한 경우 모두 정답 인정. 수치가 틀린 항목은 부분 점수 없음. • 대표 오답: ⓐ 5(오존 분자를 만난 횟수를 모두 셈), ⓑ 6(분해된 오존 수의 2배로 셈), ⓒ 2(산소 원자를 만난 횟수를 모두 셈), ⓓ 1(촉매이므로 늘 염소 원자로 남는다고 봄)	3.2점

정답

(1) 오존을 분해하는 반응을 완결하면서 스스로 보존된다는 (또는 '오존 분해 반응을 매개하고 스스로 소모되지 않는다는')

(2) 염소 원천 화합물

(3) ⓐ 3, ⓑ 4, ⓒ 1, ⓓ 0