자연계열

수학 영역

SN · EBS 연계

1. 함수 $f(x)=e^{-\pi x}\cos(\pi x)$가 있다. 자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[n-1,\ n]$에서 함수 $f(x)$의 최댓값을 a_n이라 할 때, 다음 물음에 답하시오. [12점]

(1) $x>0$에서 함수 $f(x)$가 처음으로 극대가 되는 x의 값을 구하시오. [3.0점]

(2) a_2의 값을 구하시오. [4.0점]

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 값을 구하시오. [5.0점]

2. 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AB 위의 점 Q를 $3\angle\mathrm{APQ}=\angle\mathrm{BQP}$가 되도록 잡는다. $\angle\mathrm{APQ}=\theta$일 때, 선분 PQ의 길이와 선분 QB의 길이의 합을 $f(\theta)$라 하자. $\left(\text{단}, 0<\theta<\dfrac{\pi}{4}\right)$ 다음 물음에 답하시오. [12점]

(1) 선분 AP의 길이를 θ에 대한 식으로 나타내시오. [3.0점]

(2) $\displaystyle\lim_{\theta\to 0+} f(\theta)$의 값을 구하시오. [4.0점]

(3) (2)에서 구한 극한값을 L이라 할 때, $\displaystyle\lim_{\theta\to 0+}\frac{f(\theta)-L}{\theta^2}$의 값을 구하시오. [5.0점]

3. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)>0,\quad f(3+x)=f(3-x)$$

를 만족시킨다. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)=\ln\dfrac{f(x)}{x}$에 대하여 두 점 $(2,\ g(2))$, $(4,\ g(4))$를 지나는 직선이 원점을 지날 때, 다음 물음에 답하시오. [10점]

(1) $g(2)$의 값을 구하시오. [3.0점]

(2) $g'(3)$의 값을 구하시오. [3.0점]

(3) $g'(1)$의 값이 될 수 있는 정수를 구하시오. [4.0점]

4. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^{x+1}(x+1-t)f(t-1)\,dt=a\sin x+b\cos x+x+1$$

을 만족시킨다. 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

에 대하여, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(k,\ g(k))$에서의 접선의 y절편을 $h(k)$라 하자. (단, a, b는 상수이다.) 다음 물음에 답하시오. [10점]

(1) b의 값을 구하시오. [3.0점]

(2) a의 값을 구하시오. [3.0점]

(3) $0\le k\le 2\pi$에서 $h(k)$의 최솟값을 구하시오. [4.0점]

5. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 $S_n \neq 0$이고

$$S_{n+1} \times \sum_{k=1}^{n} \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = 2 - \frac{1}{2} S_n$$

이 성립할 때, 다음 물음에 답하시오. [10점]

(1) a_2와 a_3의 값을 각각 구하시오. [3.0점]

(2) S_n을 n에 대한 식으로 나타내시오. [4.0점]

(3) $S_n < 2$이고 $2 - S_n < \frac{1}{100}$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하시오. [3.0점]

6. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) > 0) \\ 0 & (f(x) \leq 0) \end{cases}$이라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. [10점]

(가) 함수 $f(x)$는 $x = 3$에서 극소이다.

(나) $\int_3^x g(t)\,dt \geq 0$을 만족시키는 실수 x의 최솟값은 1이다.

(다) 함수 $H(x) = \int_3^x g(t)\,dt$의 최솟값은 $-\frac{176}{3}$이다.

다음 물음에 답하시오.

(1) $f(1)$의 값과 $f(3)$의 부호를 구하시오. [3.0점]

(2) 방정식 $f(x) = 0$의 세 실근을 구하시오. [4.0점]

(3) 함수 $f(x)$의 극솟값을 구하시오. [3.0점]

7. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. [8점]

(가) x에 대한 방정식 $\int_3^x f'(t)\,dt = 0$의 서로 다른 실근의 개수는 1이다.

(나) 함수 $f(x)$는 $x = 0$, $x = m$, $x = n$에서 극값을 갖는다. 이때 m, n은 0이 아닌 서로 다른 정수이고 $m < n$이며, $f(x)$의 극댓값은 0이다.

다음 물음에 답하시오.

(1) n의 값을 구하시오. [2.5점]

(2) 가능한 m의 값을 모두 구하시오. [3.0점]

(3) 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $f(4)$의 값의 합을 구하시오. [2.5점]

8. 이차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. [8점]

(가) $\lim_{x \to a} \frac{|f(x)| - f(x)}{x - a}$의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 a의 값의 범위는 $1 \leq a \leq 5$이다.

(나) 모든 실수 b에 대하여 $\lim_{x \to b} \frac{f(x+1)f(x-1)}{f(x) - c}$의 값이 존재하도록 하는 실수 c의 값 중 가장 큰 값은 10이다.

다음 물음에 답하시오.

(1) 방정식 $f(x) = 0$의 두 실근과 $f(x)$의 최고차항의 계수의 부호를 구하시오. [2.5점]

(2) $f(x)$의 최고차항의 계수를 구하시오. [3.0점]

(3) 조건 (나)를 만족시키는 실수 c 중에서 -10 이상인 모든 정수의 합을 구하시오. [2.5점]

자연계열

국어 영역

SN · EBS 연계

[9] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. [10점]

(가)

옛날의 제왕 중에 (㉠)을/를 자르지 않고 흙 계단을 세 개만 두어 거처로 삼은 사람이 있었다. 뒷사람이 이를 작다고 여겨 앞쪽의 전각을 동서 오백 보로 만들고 남북으로 쉰 장이나 되게 만들어, 그 위로 일만 명이 앉을 수 있고 아래에는 다섯 장의 깃발을 세울 수 있게 하였다. 뒷사람이 또 이를 작게 보아, 이십팔 리의 둘레에다 목란으로 마룻대와 서까래를 만들고, 은행나무로 들보와 기둥을 만들어 황금으로 꾸미고 옥으로 문을 달아 찬란하고 환하게 비치게 한 자가 있었다.

아! 똑같은 제왕이었지만 그 거처가 이렇듯 같지 않음은 어찌 된 것인가? (㉠)(으)로 지붕을 인 집은 소박하였고, 흙 계단은 누추하였다. 해와 달과 별자리의 역상이 물과 땅에 나란히 미쳐서 천하를 사람에게 주는 것은 모두 큰 정치인데, 그럼에도 이곳에서 명령하기에 충분하였으니, 이는 그 작음을 알지 못한 것이다. 그 궁전이 혹 높고 크고 장대하고 화려해서 이십팔 리에 이르고 연나라와 조나라의 아름다운 여인들을 감춰 두고, 가무와 관현의 음악, 진귀한 모피와 갖은 빛깔의 비단을 쌓아 두며, 기이한 새와 보배로운 동물, 이름나고 신기한 꽃과 풀을 길러 귀와 눈을 즐겁게 하는 것은 오히려 여기에서 그 욕심을 능히 다할 수가 없다. 그렇다면 이는 그 큼을 알지 못한 것이다. 작은 줄을 모르면 큰 것이 된다. 대저 어찌 이미 크다고 여기면서 오히려 이를 키우려 하는 자가 있겠는가? 그 큼을 알지 못함은 이것을 작다고 여김이니, 또한 어찌 이미 작게 여기면서 능히 이를 크게 하려는 자가 없을 수 있겠는가?

벗 홍언명이 호수의 구비에다 집을 짓고 땅 이름을 끌어와 해갑와(蟹甲窩)*라고 하였다. 세속의 말에 집이 작은 것을 두고 게딱지라고 하니, 홍언명 또한 집이 작은 것을 염두에 둔 것이다. 그사이에 나에게 기문을 구하곤 했는데, 내가 듣고 의아하게 여겨서 말했다.

"자네는 그 집이 큰 줄 모르고 작다고만 생각하는 것인가? 내 들으니 옛사람이 돌피*를 가지고 사람의 몸뚱이에 비유했다고 하더군. 무릇 돌피 같은 몸뚱이로 게딱지만 한 집에 살게 된다면 어찌 여유작작하지 않을 수 있겠는가? 게다가 달팽이의 뿔에는 나라가 두 개나 있지만, 게딱지는 그래도 한 집이라네. 그 크고 작음이란 그저 짐승이 새를 보거나 새가 벌레를 보는 것 그리고 숭산*이나 화산*과 모래와 먼지의 차이와 다를 바가 없다네."

이렇게 말한다면 그 집이 비록 게딱지만 하다고 하더라도 도리어 또한 작지는 않은 셈이다. 홍언명의 집은 내가 비록 한 번도 찾아가 본 적은 없지만 나는 그 집이 반드시 몇 아름의 띠풀로 지붕을 덮고 몇 개의 서까래를 얽었을 것이며, 틀림없이 대문과 계단이라는 것이 있을 줄로 안다. 이는 옛날의 제왕이 견디며 살던 곳이다. 하지만 가난한 선비의 즐거움이란 기껏해야 도서와 문사로 옛 성현을 사모하며 홀로 즐기는 것에 지나지 않을 따름이다. 노래와 춤, 관현악기, 금수와 꽃과 풀을 쌓아 둠도 없으니 또한 어찌 그 집을 게딱지로 볼 수가 있겠는가?

아! 사물 중에 진실로 굳이 클 필요가 없는 것이 있으니 ㉡궁실의 부류가 그러하다. ㉢크지 않아서는 안 되는 것이 있으니, 군자의 학문과 사업이 그러하다. 학문이 크지 않으면 도에 임하기에 부족하고, 사업이 크지 않고는 백세에 전하여도 썩지 않기에는 부족하다. 무릇 선비를 업으로 삼아 살면서 스스로를 게딱지로 본다면 이것은 어진 것이다. 이미 어진 사람이 스스로를 게딱지로 본다면 성인이 되는 것 또한 바랄 수가 있다. 이미 성인이 되고서도 스스로를 게딱지로 본다면 하늘과도 합치될 수가 있다. 선비가 하늘과 합치됨에 이른다면 그 사업이 크다고 할 만하다. 하지만 선비로서 그 사업을 능히 크게 할 수 있는 자가 진실로 학문을 급선무로 삼지 않는다면 또 어쩌겠는가? 홍언명은 힘쓸지어다.

나는 또 두보가 "어찌해야 넓은 집 천만 칸을 얻어서, 천하의 빈한한 선비를 덮어 주어 모두 기쁜 얼굴을 짓게 할 수 있을까?"라고 했다는 말을 들은 적이 있다. 홍언명으로 하여금 진실로 학문에 힘쓰고 사업을 닦아 나라에 등용되게 하여서 과연 능히 빈한한 선비들을 감싸 주는 바탕을 얻어 두보의 말을 저버리지 않게 한다면 비록 게딱지로 그 집을 보더라도 또한 괜찮을 것이다.

– 김석주, 「해갑와기」

(EBS, 『 2027학년도 수능특강 국어영역 문학 』, 한국교육방송공사, 2026, 238–239쪽 수록)

*해갑와: 게딱지처럼 작은 집.
*돌피: 논이나 물가에서 자라는 볏과의 풀.
*숭산, 화산: 중국의 산.

(나)

내가 사는 집은 높이가 한 길이 채 되지 않고 너비가 아홉 자가 되지 않는다. 일어나 인사하려면 갓이 걸리고, 드러누우려면 무릎을 구부려야 한다. 한여름에는 햇볕이 쏟아져 들어와 창문이 열에 달아오른다. 그래서 집을 에워싼 담장 밑에 박을 십여 뿌리 심었더니 넝쿨이 뻗어 올라가 지붕을 뒤덮었고, 그 그늘 덕은 보게 되었다. 그러나 파리와 모기가 그 컴컴한 그늘에 서식하고 뱀과 구렁이가 서늘한 습지에 도사리고 있어서 어두컴컴해진 밤이 되면 자주 일어나 등잔이나 촛불을 들고 마당을 왔다 갔다 하였다. 조용히 앉아 있자니 벌레에 물린 자리를 긁어 대느라 지치고, 벌떡 일어나 빨리 걸으면 저들에게 독하게 물릴까 겁이 났다. 걱정에 피곤이 날이 갈수록 심해지더니 병이 나서 소갈병도 생기고 우울증도 생겼다.

손님을 만나기만 하면 그 처지를 털어놓곤 하였다. 서울에서 찾아온 과객이 있어 내 하소연을 듣고서 안타까워하더니 예전에 직접 겪은 일이라며 다음과 같은 사연을 들려주었다.

저는 어려서부터 가난하여 장사를 해 왔습니다. 조령 이남의 나루터나 역마을의 여관에서부터 후미진 시골의 작은 주막집까지 발길이 닿지 않은 데가 없습지요. 무더운 여름철이 되면 나그네들이 한데 모여듭니다. 지방 수령이나 사신들은 먼저 호젓한 안채에서 서늘한 바람을 쐬고, 바람 잘 드는 행랑이나 한데서 잘 수 있는 평상은 또 그들을 따라다니는 종이나 역졸들이 차지합니다. 남아 있는 곳은 벽을 후벼 파서 관솔불을 피운 후덥지근한 온돌방이나 대자리를 쳐서 빈대를 쫓아내는 뜨뜻한 평상이 그나마 깔끔한 자리인데 바로 우리 같은 과객들이 하루이틀 묵는 곳입니다.

밤이 깊어 갈수록 사람들로부터 열기가 후끈 달아올라 마치 가마솥에서 밥을 짓는 김이 오르는 느낌입죠. 겨드랑이에서 냄새가 심히 나는 이도 있고, 방귀 뀌는 자, 코를 드르렁드르렁 고는 자, 이를 부득부득 가는 자, 옴이 나서 긁어 대는 자, 잠꼬대하며 욕을 하는 자가 있어 나오는 소리와 하는 짓이 천태만상이라 이루 다 표현할 수 없습니다.

그 고역을 견디지 못해 옷가지를 집어 들고 돗자리를 옆에 끼고 부엌두렁*이나 방앗간, 소 외양간이나 마구간을 두루 찾아다니다 보면 어느새 네댓 번 자리를 옮기게 되더군요. 그런데 여관집 머슴이나 종을 보면 땟국물이 흐르는 머리와 얼굴을 하고서 부산하게 소나 말처럼 뛰어다니면서 아침저녁으로 행인들이 남긴 음식을 받아먹습니다. 먹다 버린 밥이나 국도 달게 먹지 않는 법이 없습니다. 술에 취하거나 배가 부르면 자리에 드러눕자마자 바로 잠이 듭니다. 우리들이 접때 견디지 못하던 잠자리에서 그놈들은 마치 쌀쌀한 날씨에 시원한 집에서 잠을 자듯이 편안히 잘도 잡니다. 그놈들의 행동이나 낯빛을 보면 남루한 누더기 옷을 걸치고는 있으나 살결은 튼튼하여 병도 고통도 없이 천수를 누리지요.

그건 다른 요인이 있어서가 아니더군요. 저들은 자기들이 사는 곳을 여관으로 간주하고 운명과 분수가 본래부터 그렇게 정해졌다고 여깁니다. 분개하거나 걱정함으로써 속을 상하게 하거나 끙끙대고 탄식하여 기운을 허비하는 일도 없습니다. 그러다 보니 병도 고통도 없이 천수를 누리는 게지요.

다른 한편으로 보면, 지금 이 세상이란 우리들이 목숨을 이어 가며 죽은 이를 떠나보내는 여관인데 그 여관이란 게 또 하룻밤이나 이틀 밤을 자고 떠나는 여관일 뿐입니다. 그런데 지금 어르신께서는 이 여관 안에서 몸을 부쳐 살면서 또 옹색하게 떠돌아 후미진 골짜기에 몸을 숨기는 처지이니 이는 또 여관 속의 여관에서 머무는 꼴입니다.

저 머슴이나 종은 무식하고 무지하여 여관을 여관이라 알고 있을 뿐 음식을 잘 먹고 잠을 편히 자므로 추위와 더위가 그에게 해를 가하지 못하고 질병이 그에게 재앙을 끼치지 못합니다. 반면에 어르신께서는 도를 지키고 운명을 순종하며 평상시의 살아가는 길을 잘 알고서 행하시는 분입니다. 그러나 여관 속의 여관에서 머무는 처지임에도 여관이라 여기지 않고서 스스로 속에서 일어나는 불을 돋워 일으키고 원기를 해치니 질병이 생기고 위기나 죽음이 당장 이를 것입니다. 어르신께서 배우고자 하는 분들은 옛날의 성현이건마는 여관의 머슴이나 종과 같은 자들보다 못하단 말입니까?

과객의 말을 듣고서 그 말을 조리 있게 다듬어 벽에 써서 박꽃이 피어난 집의 기문으로 삼는다.

– 이학규, 「박꽃이 피어난 집」

(EBS, 『 2027학년도 수능특강 국어영역 문학 』 , 한국교육방송공사, 2026, 278–279쪽 수록)

*부엌두렁: 독이나 단지 따위를 놓기 위하여 부엌 한쪽에 턱을 지어 쌓은 단.

(1) ㉠에 공통으로 들어갈 2음절의 단어를 (가)에서 찾아 쓰시오. [2.5점]

(2) (가)의 ㉡이 사람이 몸을 담고 사는 거처를 뜻한다는 점에 주목하여, (나)에서 '이 세상'을 잠시 머물다 떠나는 거처에 빗댄 2음절의 단어를 찾아 쓰시오. [3.1점]

(3) (가)의 글쓴이가 ㉡과 ㉢에서 궁실의 크기와 군자의 학문·사업의 크기에 대해 보인 태도를 구별하고, 그중 궁실에 대한 태도가 (나)의 과객이 거처에 관해 권하는 태도와 어떤 점에서 통하는지 한 문장으로 쓰시오. [4.4점]

[10] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오. [10점]

컴퓨터는 사람의 언어를 직접 이해할 수 없다. 따라서 컴퓨터가 사람의 언어를 이해할 수 있도록 표현해 주어야 한다. 컴퓨터가 사람의 언어를 이해할 수 있도록 표현하는 방법에는 여러 가지가 있을 수 있는데, 그 중 원-핫 인코딩은 표현하고 싶은 단어의 색인 값에 1을 부여하고 나머지에는 0을 부여하는 방법이다. 원-핫 인코딩을 수행하기 위해서는 먼저 대상이 되는 텍스트의 단어 집합을 만든다. 예를 들어 '오늘 날씨 정말 좋다.'라는 한 문장으로 이루어진 텍스트를 대상으로 한다고 가정하면, 단어 집합은 {오늘, 날씨, 정말, 좋다}가 되고 집합의 원소가 되는 단어의 개수가 4개이므로 단어 집합의 크기는 4가 된다. 단어 집합의 크기에 따라 각각의 단어에 [1, 0, 0, 0], [0, 1, 0, 0], [0, 0, 1, 0], [0, 0, 0, 1]과 같이 4차원의 고유한 숫자를 부여하는 것이 원-핫 인코딩이다. 원-핫 인코딩은 직관적이고 단순하지만 단어들이 개별적, 독립적으로 표현되기 때문에 (㉠).

이러한 단점을 개선하려는 시도가 임베딩을 통해 이루어질 수 있다. 임베딩은 단어를 (x, y)의 2차원 좌표와 같이 원-핫 인코딩에 비해 상대적으로 낮은 차원으로 표현할 수 있는 방법으로, 1과 0뿐만 아니라 모든 실수를 사용할 수 있다. 실제 임베딩은 수십수백 차원을 사용한다. 임베딩의 방법 중 대표적인 것이 워드투벡(Word2Vec)이다. 워드투벡은 원-핫 인코딩으로 부여받은 숫자를 활용한다. 예를 들어 [1, 0, 0, 0], [0, 1, 0, 0], …과 같이 원-핫 인코딩으로 고유한 숫자들이 부여된 단어 집합이 있다면 이들을 적절히 계산하여 [0.1, 0.2], [5, 2], …와 같은 2차원의 고유한 숫자를 부여하는 것이다. 이 과정을 학습이라고 한다.

(중략)

이렇게 표현된 단어들은 2차원의 좌표 평면 위의 점으로 그려질 수 있는데, 유사한 문장에서 자주 등장하는 단어들은 좌표 평면 위에서 가깝게 나타날 것이다. 즉 각각의 단어에 해당하는 점들이 가까우면 가까울수록 유사한 의미나 관계가 깊은 것으로 이해할 수 있다. 점들 간의 거리 역시 숫자로 표현될 수 있는데, 유클리드 거리는 피타고라스의 정리를 이용해 두 점 사이를 잇는 직선의 길이를 구한 값이다. 코사인 유사도는 두 점을 각각 원점과 연결하는 두 선분이 이루는 각이 0°이면 +1, 90°로 직각을 이루면 0, 180°로 반대 방향이면 -1의 값으로 나타낸다.

- EBS, 『 2027학년도 수능특강 국어영역 독서 』, 한국교육방송공사, 2026, 194-195쪽에서 발췌(일부 빈칸 처리)

(1) ㉠에 들어갈 적절한 말을 30자 내외(공백 포함)로 쓰시오. (단, 15자 미만 또는 45자 초과인 경우에만 분량 감점을 적용함) [4.3점]

(2) <보기>의 빈칸에 들어갈 적절한 말을 윗글에서 찾아 3음절로 쓰시오. [2.5점]

< 보 기 >

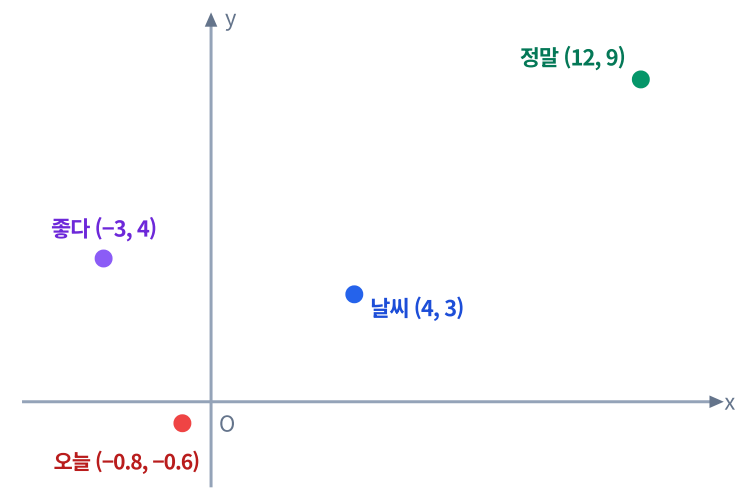
( )은/는 0과 1만 쓰는 대신 모든 실수를 활용하여, 원-핫 인코딩보다 상대적으로 낮은 차원의 좌표로 단어를 표현하는 방법이다.

(3) <보기>와 윗글을 바탕으로 <표>의 ⓐ, ⓑ, ⓒ, ⓓ에 들어갈 말이나 값을 쓰시오. (단, 무리수는 근호를 사용하여 나타낸다.) [3.2점]

< 보 기 >

윗글의 '오늘 날씨 정말 좋다.'를 대상으로 만든 단어 집합의 네 단어를 원-핫 인코딩으로 표현하고, 이를 워드투벡으로 학습하여 2차원 좌표 평면의 점으로 나타낸 결과가 <그림>과 같다고 하자. 두 단어 사이의 유클리드 거리는 대응하는 성분끼리의 차를 각각 제곱하여 모두 더한 값의 양의 제곱근으로 구하며, 원-핫 인코딩으로 표현한 단어 사이의 거리도 같은 방법으로 구한다. 단어 사이의 유사성을 판정할 때 코사인 유사도는 값이 클수록, 유클리드 거리는 값이 작을수록 더 유사한 것으로 본다.

<그림> 네 단어의 2차원 좌표 표현



<표> '날씨'를 기준으로 한 유사성 판정

표현 방식	판정 내용	답
2차원 좌표	코사인 유사도를 기준으로 할 때, '날씨'를 뺀 나머지 세 단어 중 '날씨'와 가장 유사한 단어	ⓐ
2차원 좌표	유클리드 거리를 기준으로 할 때, '날씨'를 뺀 나머지 세 단어 중 '날씨'와 가장 유사한 단어	ⓑ
2차원 좌표	'날씨'와의 코사인 유사도가 0인 단어와 '날씨' 사이의 유클리드 거리	ⓒ
원-핫 인코딩	'날씨'와 나머지 세 단어 사이의 유클리드 거리 중 가장 긴 것과 가장 짧은 것의 차	ⓓ