[문제 1] 해설

연계 원천

- 교재: 수능완성 미적분
- 문항 코드: 26055-0212 (유형편 08 미분법 유형10 30번)
- 인쇄 쪽: 92쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 함수 종류: $e^{\sqrt{3}\pi(\frac{1}{6}-x)}\sin(\pi x) \to e^{-\pi x}\cos(\pi x)$. 위상 때문에 구간의 끝점 값이 최댓값이 되는 구간이 생김.
  ② 조건 대체: 한 주기 구간 $[2(n-1), 2n] \to$ 반주기 구간 $[n-1, n]$. n이 홀수인 구간은 왼쪽 끝점이 최대, 짝수인 구간은 극댓점이 최대 $\to a_n$이 공비가 같은 두 등비수열이 번갈아 나오는 수열이 되어 두 급수로 나누어 더해야 함.

출제 의도

지수함수와 삼각함수의 곱으로 이루어진 감쇠 진동 함수의 도함수를 구하여 극대·극소의 위치를 파악하고, 각 구간에서의 증감에 따라 최댓값이 극댓점 또는 구간의 끝점에서 결정됨을 논리적으로 도출할 수 있는지 평가한다. 또한 홀수 번째 항과 짝수 번째 항이 이루는 등비수열의 합을 각각 계산하여 무한급수의 합을 구할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	미적분
성취기준 1	[12미적01-05] 등비급수의 뜻을 알고, 그 합을 구할 수 있다.
성취기준 2	[12미적02-13] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
성취기준 3	[12미적02-14] 함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능완성 (미적분)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	92

문항 해설

(1) 함수 $f(x) = e^{-\pi x}\cos(\pi x)$의 도함수를 구하면

$$\begin{aligned} f'(x) &= -\pi e^{-\pi x}\cos(\pi x) + e^{-\pi x}(-\pi\sin(\pi x)) \\ &= -\pi e^{-\pi x}(\cos(\pi x) + \sin(\pi x)) \\ &= -\sqrt{2}\pi e^{-\pi x}\sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) \end{aligned}$$

$f'(x) = 0$이 되는 점은 $\sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$이므로

$$\pi x + \frac{\pi}{4} = m\pi \iff x = m - \frac{1}{4} \quad (m\text{은 정수})$$

도함수의 부호 변화를 조사하면
- $m = 2j$ (짝수)일 때: $\pi x + \frac{\pi}{4}$가 $2j\pi$를 지나며 음에서 양으로 변하므로 $-\sqrt{2}\pi e^{-\pi x}\sin\left(\pi x + \frac{\pi}{4}\right)$는 양에서 음으로 바뀐다.

따라서 $x = 2j - \frac{1}{4}$ (j는 정수)에서 극댓값을 갖는다.
- $m = 2j + 1$ (홀수)일 때: $x = 2j + \frac{3}{4}$에서 극솟값을 갖는다.

$x > 0$에서 처음으로 극대가 되는 점은 $j = 1$일 때이므로

$$x = 2(1) - \frac{1}{4} = \frac{7}{4}$$

이다.

(2) a_2는 닫힌구간 $[1, 2]$에서의 $f(x)$의 최댓값이다.
구간 $[1, 2]$에서 극댓점 $x = \frac{7}{4} = 1.75$가 속해 있다.
$1 \le x < \frac{7}{4}$에서 $f'(x) > 0$ (증가)이고, $\frac{7}{4} < x \le 2$에서 $f'(x) < 0$ (감소)이므로
함수 $f(x)$는 $x = \frac{7}{4}$에서 유일한 극대이자 최댓값을 갖는다.
따라서

$$a_2 = f\left(\frac{7}{4}\right) = e^{-\frac{7\pi}{4}}\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{7\pi}{4}}$$

이다.

(3) 일반적인 자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[n-1, n]$에서의 최댓값 a_n을 분석한다.
- $n = 2j$ (짝수)인 경우:
구간은 $[2j-1, 2j]$이다.
이 구간 안에는 극댓점 $x = 2j - \frac{1}{4}$이 속한다.
함수 $f(x)$는 $[2j-1, 2j-\frac{1}{4}]$에서 증가하고 $[2j-\frac{1}{4}, 2j]$에서 감소하므로 최댓값은 극댓값이다.

$$a_{2j} = f\left(2j - \frac{1}{4}\right) = e^{-\pi(2j-\frac{1}{4})}\cos\left(2j\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}\cdot e^{-2j\pi}$$

수열 $\{a_{2j}\}$는 첫째항이 $a_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{7\pi}{4}}$이고 공비가 $e^{-2\pi}$인 등비수열이다.
- $n = 2j - 1$ (홀수)인 경우:
구간은 $[2j-2, 2j-1]$이다.
이 구간 안에는 극솟점 $x = 2j - 2 + \frac{3}{4} = 2j - \frac{5}{4}$가 속한다.
함수 $f(x)$는 왼쪽 끝점 $x = 2j-2$에서 감소하여 극소에 도달한 후 오른쪽 끝점 $x = 2j-1$까지 증가한다.
양 끝값의 함숫값을 비교하면

$$f(2j-2) = e^{-\pi(2j-2)}\cos((2j-2)\pi) = e^{-2(j-1)\pi}\cdot 1 = e^{-2(j-1)\pi} > 0$$

$$f(2j-1) = e^{-\pi(2j-1)}\cos((2j-1)\pi) = e^{-(2j-1)\pi}\cdot(-1) = -e^{-(2j-1)\pi} < 0$$

따라서 구간 $[2j-2, 2j-1]$에서의 최댓값은 왼쪽 끝점에서 나타난다.

$$a_{2j-1} = f(2j-2) = e^{-2(j-1)\pi}$$

수열 $\{a_{2j-1}\}$은 첫째항이 $a_1 = f(0) = 1$이고 공비가 $e^{-2\pi}$인 등비수열이다.
$0 < e^{-2\pi} < 1$이므로 두 급수는 모두 수렴한다.

$$\sum_{j=1}^{\infty} a_{2j-1} = \frac{1}{1-e^{-2\pi}} = \frac{e^{2\pi}}{e^{2\pi}-1}$$

$$\sum_{j=1}^{\infty} a_{2j} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{7\pi}{4}}}{1-e^{-2\pi}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}}{e^{2\pi}-1}$$

따라서 구하는 급수의 합은

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{j=1}^{\infty} a_{2j-1} + \sum_{j=1}^{\infty} a_{2j} = \frac{e^{2\pi} + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}}{e^{2\pi}-1} = \frac{2e^{2\pi} + \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}}}{2(e^{2\pi}-1)}$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	도함수를 구하고 합성하여 극대 위치의 일반식을 찾은 경우	1.5점
	$x>0$에서 첫 번째 극대점 $x=\dfrac{7}{4}$을 정확히 구한 경우	1.5점
(2)	구간 $[1,2]$에서의 증감을 밝히고 극댓값 $a_2=\dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{7\pi}{4}}$를 구한 경우	4.0점
(3)	짝수 구간에서 a_{2j}가 극댓값임을 밝히고 일반항을 구한 경우	1.5점
	홀수 구간에서 a_{2j-1}이 끝점 $f(2j-2)$임을 증명하고 일반항을 구한 경우	1.5점
	두 등비급수를 각각 계산하여 총합 $\dfrac{2e^{2\pi}+\sqrt{2}e^{\pi/4}}{2(e^{2\pi}-1)}$을 정확히 도출한 경우	2.0점

정답

(1) $\dfrac{7}{4}$

(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}e^{-\frac{7\pi}{4}}$

(3) $\dfrac{2e^{2\pi}+\sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}}}{2(e^{2\pi}-1)}$ (또는 $\dfrac{e^{2\pi}+\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}}{e^{2\pi}-1}$)

[문제 2] 해설

연계 원천

- 교재: 수능완성 미적분
- 문항 코드: 26055-0197 (유형편 08 미분법 유형5 15번)
- 인쇄 쪽: 87쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 묻는 대상: 특정 점에서의 미분계수 $g'(\frac{\pi}{6})\to\theta\to0+$일 때의 극한값과 2차 근사 극한 $\lim_{\theta\to0+}\frac{f(\theta)-L}{\theta^2}$. 사인법칙 식을 $\sin3\theta=\sin\theta(2\cos2\theta+1)$로 정리해야 하고, $\frac{1-\cos x}{x^2}$ 꼴 극한을 두 번(각 θ, 2θ) 써야 함.
  ② 조건 대체: 측정 대상 "$\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{AQ}}$와 보조함수 $\frac{f}{\cos2\theta}$" → "$\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$" (보조함수 제거, $\overline{\mathrm{QB}}=2-\overline{\mathrm{AQ}}$를 거쳐야 함).

출제 의도

반원 위의 원주각의 성질과 삼각형의 외각 정리를 적용하여 도형의 각과 변의 길이를 삼각함수로 표현할 수 있는지 평가한다. 또한 사인법칙을 활용하여 선분의 길이를 나타내고, 삼각함수의 덧셈정리 및 극한의 성질을 이용하여 $0/0$ 꼴의 고계 극한값을 정확하게 계산할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학 I , 미적분
성취기준 1	[12수학 I 02-04] 사인법칙과 코사인법칙을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.
성취기준 2	[12미적02-04] 삼각함수의 극한을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능완성 (미적분)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	87

문항 해설

(1) 선분 AB가 지름이므로 $\angle\mathrm{APB}=\dfrac{\pi}{2}$이다.
삼각형 APQ에서 외각의 성질에 의해

$$\angle\mathrm{BQP}=\angle\mathrm{PAQ}+\angle\mathrm{APQ}$$

조건에서 $\angle\mathrm{APQ}=\theta$, $\angle\mathrm{BQP}=3\theta$이므로

$$3\theta=\angle\mathrm{PAB}+\theta\iff\angle\mathrm{PAB}=2\theta$$

직각삼각형 APB에서 $\overline{\mathrm{AB}}=2$이므로

$$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AB}}\cos(\angle\mathrm{PAB})=2\cos2\theta$$

이다.

(2) 삼각형 APQ의 내각은 $\angle\mathrm{APQ}=\theta$, $\angle\mathrm{PAQ}=2\theta$이므로

$$\angle\mathrm{AQP}=\pi-(\theta+2\theta)=\pi-3\theta$$

삼각형 APQ에서 사인법칙을 적용하면

$$\frac{\overline{\mathrm{PQ}}}{\sin(\angle\mathrm{PAQ})}=\frac{\overline{\mathrm{AQ}}}{\sin(\angle\mathrm{APQ})}=\frac{\overline{\mathrm{AP}}}{\sin(\angle\mathrm{AQP})}$$

따라서

$$\overline{\mathrm{PQ}}=\frac{\overline{\mathrm{AP}}\sin2\theta}{\sin(\pi-3\theta)}=\frac{2\cos2\theta\sin2\theta}{\sin3\theta}$$

$$\overline{\mathrm{AQ}}=\frac{\overline{\mathrm{AP}}\sin\theta}{\sin3\theta}=\frac{2\cos2\theta\sin\theta}{\sin3\theta}$$

삼각함수 삼배각 공식에 의해

$$\sin3\theta=\sin\theta\cos2\theta+\cos\theta\sin2\theta=\sin\theta\cos2\theta+2\sin\theta\cos^2\theta=\sin\theta(\cos2\theta+2$$

이므로

$$\overline{\mathrm{PQ}}=\frac{2\cos2\theta(2\sin\theta\cos\theta)}{\sin\theta(2\cos2\theta+1)}=\frac{4\cos2\theta\cos\theta}{2\cos2\theta+1}$$

$$\overline{\mathrm{AQ}}=\frac{2\cos2\theta\sin\theta}{\sin\theta(2\cos2\theta+1)}=\frac{2\cos2\theta}{2\cos2\theta+1}$$

점 Q는 선분 AB 위에 있으므로 $\overline{\mathrm{QB}}=\overline{\mathrm{AB}}-\overline{\mathrm{AQ}}=2-\overline{\mathrm{AQ}}$이다.

$$\overline{\mathrm{QB}}=2-\frac{2\cos2\theta}{2\cos2\theta+1}=\frac{2(2\cos2\theta+1)-2\cos2\theta}{2\cos2\theta+1}=\frac{2\cos2\theta+2}{2\cos2\theta+1}=\frac{4\cos^2\theta}{2\cos2\theta+}$$

따라서 $f(\theta)=\overline{\mathrm{PQ}}+\overline{\mathrm{QB}}$는

$$f(\theta)=\frac{4\cos2\theta\cos\theta+4\cos^2\theta}{2\cos2\theta+1}=\frac{4\cos\theta(\cos2\theta+\cos\theta)}{2\cos2\theta+1}$$

이다.
$\theta\to0+$일 때 $\cos\theta\to1$, $\cos2\theta\to1$이므로

$$\lim_{\theta\to0+}f(\theta)=\frac{4(1)(1+1)}{2(1)+1}=\frac{8}{3}$$

이다.

(3) (2)에서 $L=\dfrac{8}{3}$이므로 $f(\theta)-L=f(\theta)-\dfrac{8}{3}$을 통분하여 정리한다.

$$f(\theta)-\frac{8}{3}=\frac{12\cos\theta(\cos 2\theta+\cos\theta)-8(2\cos 2\theta+1)}{3(2\cos 2\theta+1)}$$

분자를 $N(\theta)$라 하자.

$$N(\theta)=12\cos\theta\cos 2\theta+12\cos^2\theta-16\cos 2\theta-8$$

$\cos 2\theta=2\cos^2\theta-1$을 대입하면

$$\begin{aligned}N(\theta)&=12\cos\theta(2\cos^2\theta-1)+12\cos^2\theta-16(2\cos^2\theta-1)-8\\&=24\cos^3\theta-12\cos\theta+12\cos^2\theta-32\cos^2\theta+16-8\\&=24\cos^3\theta-20\cos^2\theta-12\cos\theta+8\end{aligned}$$

$\cos\theta=u$라 두면 $u\to 1$일 때 $24(1)-20(1)-12(1)+8=0$이므로 $u-1$을 인수로 갖는다. 조립제법을 적용하면

$24u^3-20u^2-12u+8=(u-1)(24u^2+4u-8)=4(u-1)(6u^2+u-2)=4(u$

따라서

$$N(\theta)=-4(1-\cos\theta)(2\cos\theta-1)(3\cos\theta+2)$$

그러므로

$$\frac{f(\theta)-\frac{8}{3}}{\theta^2}=\frac{-4(1-\cos\theta)(2\cos\theta-1)(3\cos\theta+2)}{3(2\cos 2\theta+1)\theta^2}=-\frac{4}{3}\cdot\frac{1-\cos\theta}{\theta^2}\cdot\frac{(2\cos\theta-}{2\cos}$$

$\lim_{\theta\to 0+}\dfrac{1-\cos\theta}{\theta^2}=\dfrac{1}{2}$이므로

$$\lim_{\theta\to 0+}\frac{f(\theta)-\frac{8}{3}}{\theta^2}=-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{(2(1)-1)(3(1)+2)}{2(1)+1}=-\frac{2}{3}\cdot\frac{1\cdot 5}{3}=-\frac{10}{9}$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	외각 성질로 $\angle\mathrm{PAB}=2\theta$를 구하고 $\overline{\mathrm{AP}}=2\cos 2\theta$를 정확히 구한 경우	3.0점
(2)	사인법칙으로 $\overline{\mathrm{PQ}}$와 $\overline{\mathrm{AQ}}$를 구하고 $\overline{\mathrm{QB}}$를 도출한 경우	2.0점
	$f(\theta)$의 식을 정리하여 극한값 $\dfrac{8}{3}$을 바르게 구한 경우	2.0점
(3)	$f(\theta)-\dfrac{8}{3}$의 분자를 $1-\cos\theta$의 인수로 올바르게 분해한 경우	2.5점
	$\lim_{\theta\to 0+}\dfrac{1-\cos\theta}{\theta^2}=\dfrac{1}{2}$을 적용하여 극한값 $-\dfrac{10}{9}$을 정확히 계산한 경우	2.5점

정답

(1) $2\cos 2\theta$

(2) $\dfrac{8}{3}$

(3) $-\dfrac{10}{9}$

[문제 3] 해설

연계 원천

- 교재: 수능완성 미적분
- 문항 코드: 26055-1090 (실전편 실전 모의고사 3회 30번)
- 인쇄 쪽: 141쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 주어진 것과 구하는 것 교환: 원천에서 구하던 "두 점 $(2,g(2))$, $(4,g(4))$를 지나는 직선"을 조건으로 주고(원점을 지남 $\Rightarrow f(2)=1$), 원천에서 주던 $g'(1)$을 묻는다.
  ② 조건 대체 + 묻는 대상: "$x=2$에서 극솟값"을 없애 f가 매개변수 하나(p)를 남기게 하고, $f(x)>0$ 조건이 p의 범위 $-4<p<0$을 정하게 함 $\rightarrow g'(1)$의 값의 범위를 구한 뒤 될 수 있는 유일한 정수를 결정한다.

출제 의도

함수의 대칭성을 바탕으로 다항함수의 식을 미정계수로 나타내고, 로그함수의 미분법을 활용하여 도함수를 유도할 수 있는지 평가한다. 또한 모든 실수에서 양수라는 부등식 조건으로부터 매개변수의 범위를 엄밀하게 제한하고, 도함수의 치역 내에 존재하는 정수값을 판정할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학Ⅱ, 미적분
성취기준 1	[12수학Ⅱ02-09] 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
성취기준 2	[12미적02-02] 지수함수와 로그함수를 미분할 수 있다.
성취기준 3	[12미적02-08] 합성함수를 미분할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능완성 (미적분)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	141

문항 해설

(1) 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(3+x)=f(3-x)$를 만족하므로 $f(x)$의 그래프는 직선 $x=3$에 대하여 대칭이다.
따라서 $f(2)=f(4)$이다.
$F=f(2)=f(4)$ $(F>0)$라 하면

$$g(2)=\ln\frac{f(2)}{2}=\ln\frac{F}{2},\quad g(4)=\ln\frac{f(4)}{4}=\ln\frac{F}{4}$$

두 점 $(2,\,g(2))$와 $(4,\,g(4))$를 지나는 직선이 원점을 지나므로, 원점과 두 점 사이의 기울기가 같아야 한다.

$$\frac{g(2)}{2}=\frac{g(4)}{4}\iff 2g(2)=g(4)$$

대입하면

$$2\ln\frac{F}{2}=\ln\frac{F}{4}\iff \ln\left(\frac{F}{2}\right)^2=\ln\frac{F}{4}\iff \frac{F^2}{4}=\frac{F}{4}$$

$F>0$이므로 양변에 4를 곱하고 F로 나누면

$$F=1$$

이다. 즉 $f(2)=f(4)=1$이다.
따라서

$$g(2)=\ln\frac{1}{2}=-\ln 2$$

이다.

(2) $f(x)$가 $x=3$에 대하여 대칭이므로

$$f(x)=(x-3)^4+p(x-3)^2+q$$

로 나타낼 수 있다.
$f(2)=(2-3)^4+p(2-3)^2+q=1+p+q=1$이므로

$$q=-p$$

이다. 따라서 $f(x)=(x-3)^4+p(x-3)^2-p$이다.
$g(x)=\ln f(x)-\ln x$이므로 양변을 미분하면

$$g'(x)=\frac{f'(x)}{f(x)}-\frac{1}{x}$$

$f(x)$는 $x=3$에 대하여 대칭이므로 $f'(3)=0$이다.
또한 $f(3)=-p$이다.
따라서

$$g'(3)=\frac{f'(3)}{f(3)}-\frac{1}{3}=\frac{0}{-p}-\frac{1}{3}=-\frac{1}{3}$$

이다.

(3) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)>0$이어야 한다.
$u=(x-3)^2$이라 두면 $u\ge 0$이고

$$f(x)=u^2+pu-p$$

이다. $u\ge 0$인 모든 u에 대하여 $u^2+pu-p>0$이 성립해야 한다.
- $u=0$일 때: $-p>0\iff p<0$
- $p<0$이므로 대칭축 $u=-\frac{p}{2}>0$이다.

따라서 최솟값은 꼭짓점 $u=-\frac{p}{2}$에서 발생한다.

$$\left(-\frac{p}{2}\right)^2+p\left(-\frac{p}{2}\right)-p>0\iff -\frac{p^2}{4}-p>0\iff p^2+4p<0\iff -4<p<0$$

따라서 $f(x)>0$을 만족하기 위한 p의 필요충분조건은 $-4<p<0$이다.

이제 $g'(1)$의 식을 구한다.
$f(1)=(1-3)^4+p(1-3)^2-p=16+4p-p=16+3p$
$f'(x)=4(x-3)^3+2p(x-3)$이므로
$f'(1)=4(1-3)^3+2p(1-3)=4(-8)-4p=-32-4p$
따라서

$$g'(1)=\frac{f'(1)}{f(1)}-\frac{1}{1}=\frac{-32-4p}{16+3p}-1=\frac{-32-4p-(16+3p)}{16+3p}=\frac{-7p-48}{3p+16}$$

이 함수를 p에 대하여 미분하면

$$\frac{d}{dp}(g'(1))=\frac{-7(3p+16)-3(-7p-48)}{(3p+16)^2}=\frac{-21p-112+21p+144}{(3p+16)^2}=\frac{32}{(3p+16)^2}$$

이므로 $g'(1)$은 $p\in(-4,\,0)$에서 p에 대하여 엄격히 증가한다.
- $p\to -4+$일 때: $\frac{-7(-4)-48}{3(-4)+16}=\frac{28-48}{-12+16}=\frac{-20}{4}=-5$
- $p\to 0-$일 때: $\frac{-7(0)-48}{3(0)+16}=\frac{-48}{16}=-3$

따라서 $g'(1)$의 값의 범위는

$$-5<g'(1)<-3$$

이다.
구간 $(-5,\,-3)$에 속하는 유일한 정수는 -4이다.
그러므로 $g'(1)$의 값이 될 수 있는 정수는 -4이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	대칭성을 이용하여 $f(2)=f(4)$를 세우고 $2g(2)=g(4)$로부터 $g(2)=-\ln 2$를 구한 경우	3.0점
(2)	$g'(x)$의 식을 세우고 $f'(3)=0$임을 이용하여 $g'(3)=-\frac{1}{3}$을 도출한 경우	3.0점
(3)	$f(x)>0$ 조건으로부터 p의 범위 $-4<p<0$을 정확히 증명한 경우	1.5점
	$g'(1)$을 p에 대한 식으로 나타내고 단조성을 밝혀 치역 $(-5,\,-3)$을 구한 경우	1.5점
	범위에 속하는 정수 -4를 정확히 구한 경우	1.0점

정답

(1) $-\ln 2$
(2) $-\frac{1}{3}$
(3) -4

[문제 4] 해설

연계 원천

- 교재: 수능완성 미적분
- 문항 코드: 26055-1088 (실전편 실전 모의고사 3회 28번)
- 인쇄 쪽: 140쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 함수 종류: 우변 $axe^x + be^x + x - 1 \to a\sin x + b\cos x + x + 1$
  (삼각함수, $f(x) = \sin x + \cos x$).
  ② 묻는 대상: $h(2) - h(-1)$의 값 → 닫힌구간 $[0, 2\pi]$에서 $h(k)$의 최솟값.
  $h'(k) = -kg''(k)$를 알아내고, 극솟값 $h(\frac{\pi}{4})$와 끝점값 $h(2\pi)$를 비교해야 함.

출제 의도

정적분으로 정의된 등식을 치환적분법을 통해 정리하고 양변을 미분하여 미정계수 및 피적분함수를 결정할 수 있는지 평가한다. 또한 곡선의 접선의 y절편 함수를 유도하고, 도함수의 부호 변화와 양 끝점의 함숫값 비교를 통해 닫힌구간에서의 최솟값을 정확히 계산할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학Ⅱ, 미적분
성취기준 1	[12수학Ⅱ03-03] 정적분과 미분의 관계를 이해한다.
성취기준 2	[12미적02-11] 접선의 방정식을 구할 수 있다.
성취기준 3	[12미적02-14] 함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능완성 (미적분)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	140

문항 해설

(1) 주어진 식의 좌변에서 $s = t - 1$로 치환하면 $dt = ds$이고, $t = 1 \implies s = 0$, $t = x + 1 \implies s = x$이다.
또한 $x + 1 - t = x - (t - 1) = x - s$이므로 좌변은

$$\int_0^x (x - s)f(s)\,ds = x\int_0^x f(s)\,ds - \int_0^x sf(s)\,ds$$

이다. 따라서 항등식은

$$x\int_0^x f(s)\,ds - \int_0^x sf(s)\,ds = a\sin x + b\cos x + x + 1$$

이다. 양변에 $x = 0$을 대입하면 좌변은 0이 되므로

$$0 = a\sin 0 + b\cos 0 + 0 + 1 \iff 0 = b + 1 \iff b = -1$$

이다.

(2) $b = -1$을 대입한 식

$$x\int_0^x f(s)\,ds - \int_0^x sf(s)\,ds = a\sin x - \cos x + x + 1$$

의 양변을 x에 대하여 미분하면

$$\left(\int_0^x f(s)\,ds + xf(x)\right) - xf(x) = a\cos x + \sin x + 1$$

$$\int_0^x f(s)\,ds = a\cos x + \sin x + 1$$

이 식의 양변에 $x = 0$을 대입하면 좌변은 0이 되므로

$$0 = a\cos 0 + \sin 0 + 1 \iff 0 = a + 1 \iff a = -1$$

이다.

(3) (2)의 결과에서 $g(x) = \int_0^x f(s)\,ds = -\cos x + \sin x + 1 = \sin x - \cos x + 1$이다.
양변을 x에 대해 미분하면

$$f(x) = g'(x) = \cos x + \sin x$$

곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(k,\, g(k))$에서의 접선의 방정식은

$$y - g(k) = g'(k)(x - k) \iff y = g'(k)x + g(k) - kg'(k)$$

따라서 접선의 y절편 $h(k)$는

$$h(k) = g(k) - kg'(k)$$

이다. $h(k)$를 k에 대하여 미분하면

$$h'(k) = g'(k) - (g'(k) + kg''(k)) = -kg''(k)$$

$g'(k) = \cos k + \sin k$이므로 $g''(k) = -\sin k + \cos k$이다.
따라서

$$h'(k) = -k(-\sin k + \cos k) = k(\sin k - \cos k)$$

구간 $0 \le k \le 2\pi$에서 $\sin k - \cos k = 0 \iff \tan k = 1$이므로 $k = \frac{\pi}{4}$ 또는 $k = \frac{5\pi}{4}$이다.
$k > 0$에서 $h'(k)$의 부호를 조사하면
- $0 < k < \frac{\pi}{4}$에서 $\sin k < \cos k \implies h'(k) < 0$ (감소)
- $\frac{\pi}{4} < k < \frac{5\pi}{4}$에서 $\sin k > \cos k \implies h'(k) > 0$ (증가)
- $\frac{5\pi}{4} < k \le 2\pi$에서 $\sin k < \cos k \implies h'(k) < 0$ (감소)

따라서 최솟값의 후보는 극솟점 $k = \frac{\pi}{4}$에서의 함숫값과 오른쪽 끝점 $k = 2\pi$에서의 함숫값이다.
- $k = \frac{\pi}{4}$일 때:

$$g\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{4} - \cos\frac{\pi}{4} + 1 = 1$$

$$g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4} = \sqrt{2}$$

$$h\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 - \frac{\pi}{4}\sqrt{2} = 1 - \frac{\sqrt{2}\pi}{4}$$

- $k = 2\pi$일 때:

$$g(2\pi) = \sin(2\pi) - \cos(2\pi) + 1 = 0 - 1 + 1 = 0$$

$$g'(2\pi) = \cos(2\pi) + \sin(2\pi) = 1 + 0 = 1$$

$$h(2\pi) = 0 - 2\pi(1) = -2\pi$$

두 값을 비교하면

$$h(2\pi) - h\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2\pi - \left(1 - \frac{\sqrt{2}\pi}{4}\right) = -\left(2 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)\pi - 1 < 0$$

이므로 $h(2\pi) < h\left(\frac{\pi}{4}\right)$이다.
따라서 닫힌구간 $[0,\, 2\pi]$에서 $h(k)$의 최솟값은 -2π이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	치환적분을 통해 좌변을 분리하고 $x = 0$을 대입하여 $b = -1$을 구한 경우	3.0점
(2)	양변을 미분한 식을 세우고 $x = 0$을 대입하여 $a = -1$을 구한 경우	3.0점
(3)	접선의 y절편 $h(k) = g(k) - kg'(k)$ 및 $h'(k) = -kg''(k)$를 올바르게 유도한 경우	1.5점
	증감 조사를 통해 극솟점 $k = \frac{\pi}{4}$와 끝점 $k = 2\pi$를 후보로 선정한 경우	1.5점
	두 함숫값을 비교하여 최솟값 -2π를 정확히 도출한 경우	1.0점

정답

(1) -1
(2) -1
(3) -2π

[문제 5] 해설

연계 원천

- 교재: 수능특강(수학 Ⅰ)
- 문항 코드: 26008-0180 (Level 3, 06 수열의 합과 수학적 귀납법 실력 완성 2번)
- 인쇄 쪽: 100쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 관계식 구조: 곱하는 것을 S_n에서 S_{n+1}로, 우변을 $S_n + 2$에서 $2 - \frac{1}{2}S_n$으로 바꿨다. 결과 점화식이 동차 등비($S_{n+1} = -\frac{1}{2}S_n$)에서 상수항이 있는 일차 점화식 $S_{n+1} = 3 - \frac{1}{2}S_n$으로 바뀐다. 따라서 '고정점 2를 빼서 등비로 만드는' 단계가 추가된다.
  ② 묻는 대상: 홀수 번째 항의 합에서 '$S_n < 2$이고 $2 - S_n < \frac{1}{100}$인 자연수 n의 최솟값'으로 바꿨다. 진동의 부호(홀짝)와 크기를 함께 읽어야 한다.

출제 의도

수열의 합과 일반항 사이의 관계를 이용하여 부분분수 형태의 망원합을 계산하고, 유도된 점화식을 풀어 수열의 합 S_n의 일반항을 도출할 수 있는지 평가한다. 또한 교대진동하는 수열의 부호 조건과 오차 부등식을 결합하여 조건을 만족시키는 자연수의 최솟값을 구할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학 Ⅰ
성취기준 1	[12수학 Ⅰ 03-01] 수열의 뜻을 안다.
성취기준 2	[12수학 Ⅰ 03-05] 수열의 합의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하며, 이를 활용할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (수학 Ⅰ)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	100

문항 해설

(1) $a_1 = S_1 = 1$이다.
주어진 식에 $n = 1$을 대입하면

$$S_2 \times \frac{a_2}{S_1 S_2} = 2 - \frac{1}{2} S_1$$

$S_2 \neq 0$이므로 좌변은 $\dfrac{a_2}{S_1} = a_2$이다.
따라서

$$a_2 = 2 - \frac{1}{2}(1) = \frac{3}{2}$$

이다.
그러면 $S_2 = a_1 + a_2 = 1 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{5}{2}$이다.
이제 주어진 식에 $n = 2$를 대입하면

$$S_3 \times \left(\frac{a_2}{S_1 S_2} + \frac{a_3}{S_2 S_3} \right) = 2 - \frac{1}{2} S_2$$

좌변의 괄호 안을 전개하면

$$S_3 \times \frac{a_2}{S_1 S_2} + \frac{a_3}{S_2} = 2 - \frac{1}{2}\left(\frac{5}{2}\right) = 2 - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$$

$a_3 = S_3 - S_2$이므로

$$S_3 \cdot \frac{\frac{3}{2}}{1 \cdot \frac{5}{2}} + \frac{S_3 - \frac{5}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{5} S_3 + \frac{2}{5}\left(S_3 - \frac{5}{2}\right) = \frac{3}{4} \iff \frac{3}{5} S_3 + \frac{2}{5} S_3 - 1 = \frac{3}{4} \iff S_3 = \frac{7}{4}$$

따라서

$$a_3 = S_3 - S_2 = \frac{7}{4} - \frac{5}{2} = -\frac{3}{4}$$

이다.

(2) $a_{k+1} = S_{k+1} - S_k$이므로

$$\frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \frac{S_{k+1} - S_k}{S_k S_{k+1}} = \frac{1}{S_k} - \frac{1}{S_{k+1}}$$

이다. 따라서 좌변의 급수는 망원합이 된다.

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_{k+1}}{S_k S_{k+1}} = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{1}{S_k} - \frac{1}{S_{k+1}} \right) = \frac{1}{S_1} - \frac{1}{S_{n+1}} = 1 - \frac{1}{S_{n+1}}$$

이를 주어진 식의 좌변에 대입하면

$$S_{n+1}\left(1 - \frac{1}{S_{n+1}}\right) = S_{n+1} - 1$$

따라서 식은

$$S_{n+1} - 1 = 2 - \frac{1}{2} S_n \iff S_{n+1} = 3 - \frac{1}{2} S_n$$

양변에서 2를 빼면

$$S_{n+1} - 2 = -\frac{1}{2}(S_n - 2)$$

수열 $\{S_n - 2\}$는 첫째항이 $S_1 - 2 = 1 - 2 = -1$이고 공비가 $-\dfrac{1}{2}$인 등비수열이다.
그러므로

$$S_n - 2 = -1 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

따라서

$$S_n = 2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

이다.

(3) $S_n < 2$이려면

$$2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} < 2 \iff \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} > 0$$

음수의 거듭제곱이 양수가 되려면 지수 $n-1$이 짝수이어야 하므로, n은 홀수이어야 한다.
n이 홀수일 때 $\left(-\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$이므로

$$2 - S_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

이 값이 $\dfrac{1}{100}$보다 작아야 하므로

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} < \frac{1}{100} \iff 2^{n-1} > 100$$

$2^6 = 64 < 100$, $2^7 = 128 > 100$이므로

$$n - 1 \geq 7 \iff n \geq 8$$

n은 8 이상인 홀수이어야 하므로 조건을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은 9이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$n=1$을 대입하여 $a_2=\frac{3}{2}$를 구한 경우	1.5점
	$n=2$를 대입하여 $a_3=-\frac{3}{4}$를 구한 경우	1.5점
(2)	부분분수 망원합을 계산하여 좌변이 $S_{n+1}-1$임을 증명한 경우	2.0점
	점화식 $S_{n+1}-2=-\frac{1}{2}(S_n-2)$를 풀고 $S_n=2-\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$을 유도한 경우	2.0점
(3)	$S_n<2$로부터 n이 홀수임을 밝히고 부등식 $2^{n-1}>100$을 도출한 경우	2.0점
	$n\ge 8$인 홀수 중 최솟값 9를 정확히 구한 경우	1.0점

정답

(1) $a_2=\frac{3}{2}$, $a_3=-\frac{3}{4}$

(2) $S_n=2-\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

(3) 9

[문제 6] 해설

연계 원천

- 교재: 수능특강(수학Ⅱ)
- 문항 코드: 26009-0149 (Level 3, 06 부정적분과 정적분 실력 완성 3번)
- 인쇄 쪽: 86쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 조건 대체: (다)를 '적분함수의 최댓값을 주는 a의 최솟값(위치) $=4$'에서 '적분함수의 최솟값(값) $=-\frac{176}{3}$'으로 바꿨다. 위치를 읽던 조건이 정적분 값 조건이 되어, 극소 조건 $f'(3)=0$과 연립해 두 근을 함께 풀어야 한다.
  ② 함수 구성: 음의 부분($-f$, $f<0$) 대신 양의 부분(f, $f>0$)을 쓰고, 극대 대신 극소를 쓴다. 적분함수의 '최댓값·이후 일정'이 '최솟값·이전 일정'으로 바뀐다.
  ③ 묻는 대상: $f(8)$에서 'f의 극솟값'으로 바꿨다.

출제 의도

조건제시형 함수와 정적분으로 정의된 함수의 성질을 단조성 및 그래프의 개형을 통해 추론할 수 있는지 평가한다. 또한 극값 조건과 정적분 방정식의 연립을 통해 삼차함수의 모든 실근을 정확히 결정하고 극솟값을 계산할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학Ⅱ
성취기준 1	[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
성취기준 2	[12수학Ⅱ03-03] 정적분과 미분의 관계를 이해한다.
성취기준 3	[12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (수학Ⅱ)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	86

문항 해설

(1) $g(t)\ge 0$이므로 $H'(x)=g(x)\ge 0$이다. 따라서 $H(x)=\int_3^x g(t)\,dt$는 실수 전체에서 감소하지 않는 함수이다.

$H(3)=0$이므로

- $x>3$이면 $H(x)\ge 0$
- $x<3$이면 $H(x)=-\int_x^3 g(t)\,dt\le 0$

조건 (나)에서 $H(x)\ge 0$을 만족시키는 실수 x의 최솟값이 1이므로

$x\in[1,3]$에서 $H(x)=0$이어야 하고, $x<1$에서는 $H(x)<0$이어야 한다.

$x\in[1,3]$에서 $H(x)=0$이라는 것은 $\int_x^3 g(t)\,dt=0$이라는 뜻이며, $g(t)\ge 0$이므로 구간 $[1,3]$에서 $g(t)=0$이어야 한다.

$g(t)=0$은 $f(t)\le 0$을 의미하므로 구간 $[1,3]$에서 $f(t)\le 0$이다.

- 만약 $f(3)\ge 0$이라면 $x=3$이 극소이므로 $x<3$인 근방에서 $f(x)>f(3)\ge 0$이 되어 구간 $[1,3]$에서 $f(t)\le 0$이라는 사실에 모순이다.

따라서 $f(3)<0$이다.

- $x<1$인 근방에서는 $H(x)<0$이어야 하므로 구간 $[x,1]$에서 $g(t)>0$인 부분이 존재해야 하고, 이는 $f(t)>0$임을 뜻한다.

즉 1보다 작고 1에 한없이 가까운 t 중에 $f(t)>0$인 것이 있다. 함수 $f(t)$는 연속이므로 $f(1)\ge 0$이고, $t\in[1,3]$에서 $f(t)\le 0$이므로 $f(1)\le 0$이다. 따라서 $f(1)=0$이다.

따라서 $f(1)=0$이고, $f(3)<0$ (음수)이다.

(2) $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고 $x=3$에서 극소이며 $f(3)<0$, $f(1)=0$이다.

$x=1$의 왼쪽 근방에서 $f(x)>0$이고 $1<x\le 3$에서 $f(x)\le 0$이므로 $f(x)$는 $x=1$에서 x축을 위에서 아래로 통과한다. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수이므로 $x\to-\infty$일 때 $f(x)<0$이 되어 1보다 작은 실근이 하나 더 있고, $f(3)<0$이며 $x\to\infty$일 때 $f(x)>0$이므로 3보다 큰 실근도 하나 있다.

따라서 $f(x)=0$의 세 실근을 크기순으로 $\alpha<\beta<\gamma$라 하면 $\beta=1$이고

$$\alpha<1<3<\gamma$$

이다.

따라서 $f(x)=(x-\alpha)(x-1)(x-\gamma)$이다.

$g(x)$의 정의에 의해

- $x\le\alpha$에서 $f(x)\le 0 \implies g(x)=0$
- $\alpha<x<1$에서 $f(x)>0 \implies g(x)=f(x)$
- $x\ge 1$에서 $g(x)$는 $1\le x\le\gamma$에서 0, $x>\gamma$에서 $f(x)$

따라서 $x\le\alpha$일 때

$$H(x)=-\int_x^3 g(t)\,dt=-\int_\alpha^1 f(t)\,dt$$

로 일정하며, 이것이 함수 $H(x)$의 최솟값이다.

조건 (다)에서 최솟값이 $-\frac{176}{3}$이므로

$$\int_\alpha^1 f(t)\,dt=\frac{176}{3}$$

삼차함수 $f(x)=(x-\alpha)(x-1)(x-\gamma)$의 정적분 공식에 의해

$$\int_\alpha^1 (x-\alpha)(x-1)(x-\gamma)\,dx=\frac{(1-\alpha)^3}{12}(2\gamma-\alpha-1)=\frac{176}{3}$$

양변에 12를 곱하면

$$(1-\alpha)^3(2\gamma-\alpha-1)=704$$

한편, $f(x)$가 $x=3$에서 극소이므로 $f'(3)=0$이다.

$$f'(3)=(3-1)(3-\gamma)+(3-\alpha)(3-\gamma)+(3-\alpha)(3-1)=0$$

$$2(3-\gamma)+(3-\alpha)(3-\gamma)+2(3-\alpha)=0$$

$$(5-\alpha)(3-\gamma)+2(3-\alpha)=0 \iff 15-5\gamma-3\alpha+\alpha\gamma+6-2\alpha=0$$

$$\alpha\gamma - 5\alpha - 5\gamma + 21 = 0 \iff (\alpha-5)(\gamma-5) = 4$$

$\alpha < 1$이므로 $\alpha - 5 < -4$이다.

따라서 $\gamma - 5 = \dfrac{4}{\alpha-5} \in (-1,\,0) \iff 4 < \gamma < 5$이다.

$\gamma = 5 + \dfrac{4}{\alpha-5}$를 정적분 식에 대입한다.

$2\gamma - \alpha - 1 = 2\left(5 + \dfrac{4}{\alpha-5}\right) - \alpha - 1 = 9 - \alpha + \dfrac{8}{\alpha-5} = \dfrac{(9-\alpha)(\alpha-5)+8}{\alpha-5}$

$u = 1 - \alpha$로 치환하면 $\alpha = 1 - u$이고, $\alpha < 1$이므로 $u > 0$이다.

$\alpha - 5 = -u - 4 = -(u+4)$

$-\alpha^2 + 14\alpha - 37 = -(1-u)^2 + 14(1-u) - 37 = -(u^2 - 2u + 1) + 14 - 14u - 37 = -u^2 - 12u - 24 = -(u^2 + 12u + 24)$

따라서

$$2\gamma - \alpha - 1 = \frac{-(u^2+12u+24)}{-(u+4)} = \frac{u^2+12u+24}{u+4}$$

정적분 식에 대입하면

$$u^3 \cdot \frac{u^2+12u+24}{u+4} = 704$$

$$u^3(u^2+12u+24) = 704(u+4)$$

$u = 4$를 대입해 보면

좌변: $4^3(16+48+24) = 64 \times 88 = 5632$

우변: $704 \times (4+4) = 704 \times 8 = 5632$

이므로 $u = 4$는 이 방정식을 만족시킨다.

이제 다른 양의 실근이 없음을 보인다. 식을 정리하면

$u^5 + 12u^4 + 24u^3 - 704u - 2816 = (u-4)(u^4 + 16u^3 + 88u^2 + 352u + 704) = 0$

이다. $u > 0$이면 $u^4 + 16u^3 + 88u^2 + 352u + 704 > 0$이므로, 양의 실근은 $u = 4$ 뿐이다.

따라서 $\alpha = 1 - u = 1 - 4 = -3$이다.

그러면 $\gamma = 5 + \dfrac{4}{-3-5} = 5 - \dfrac{4}{8} = 5 - \dfrac{1}{2} = \dfrac{9}{2}$이다.

따라서 세 실근은 $-3,\ 1,\ \dfrac{9}{2}$이다.

(3) 함수식은 $f(x) = (x+3)(x-1)\left(x - \dfrac{9}{2}\right)$이다.

$f(x)$는 $x = 3$에서 극소이므로 구하는 극솟값은

$$f(3) = (3+3)(3-1)\left(3 - \frac{9}{2}\right) = 6 \times 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -18$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$H(x)$의 단조성을 분석하여 $x \in [1,3]$에서 $f(x) \le 0$임을 밝힌 경우	1.5점
	$f(3) < 0$과 $f(1) = 0$을 논리적으로 올바르게 도출한 경우	1.5점
(2)	세 실근의 배치와 최솟값 공식 $\int_{\alpha}^{1} f(t)\,dt = \dfrac{176}{3}$을 세운 경우	1.5점
	$f'(3) = 0$과 연립하여 실근 $\alpha = -3$, $\beta = 1$, $\gamma = \dfrac{9}{2}$를 정확히 구한 경우	2.5점
(3)	$x = 3$을 대입하여 극솟값 -18을 정확히 계산한 경우	3.0점

정답

(1) $f(1) = 0$, $f(3) < 0$ (음수)

(2) $-3,\ 1,\ \dfrac{9}{2}$

(3) -18

[문제 7] 해설

연계 원천

- 교재: 수능특강(수학Ⅱ)
- 문항 코드: 26009-0148 (Level 3, 06 부정적분과 정적분 실력 완성 2번)
- 인쇄 쪽: 86쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 조건 제거로 경우 확장: 원천의 (다) '곡선이 원점을 지나지 않는다'를 지웠다. 그래서 $x = 0$이 극대(극댓값 $f(0) = 0$)인 경우, 곧 $m < 0 < 3$인 경우가 살아난다. 음의 정수 m마다 $f(m)$과 $f(3)$을 정적분으로 비교하는 새 판정이 필요하다($m = -1, -2$는 통과하고, $m = -3$은 대칭이라 같아서 탈락, $m \le -4$는 탈락).
  ② 묻는 대상: $f(-1)$ 하나에서 '가능한 모든 $f(x)$에 대한 $f(4)$의 값의 합'으로 바꿨다(가능한 함수의 개수 판정이 포함됨).

출제 의도

정적분으로 정의된 방정식의 실근 개수를 극소점의 유일성으로 해석하고, 사차함수의 극값의 배치와 정수 조건을 결합하여 가능한 모든 경우를 체계적으로 분류할 수 있는지 평가한다. 또한 정적분의 부호 조사를 통해 부적합한 경우를 엄밀히 배제하고 가능한 함수들의 함숫값의 합을 정확히 계산할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학Ⅱ
성취기준 1	[12수학Ⅱ02-08] 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
성취기준 2	[12수학Ⅱ03-02] 정적분의 뜻을 안다.
성취기준 3	[12수학Ⅱ03-04] 다항함수의 정적분을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (수학Ⅱ)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	86

문항 해설

(1) 조건 (가)의 방정식은 $\displaystyle\int_3^x f'(t)\,dt = f(x) - f(3) = 0 \iff f(x) = f(3)$이다.

이 방정식의 실근이 $x = 3$ 하나뿐이어야 하므로, 최고차항의 계수가 양수인 사차함수 $f(x)$에서 $x = 3$은 $f(x)$의 유일한 최솟점이어야 한다.

따라서 $x = 3$은 $f(x)$의 극솟점이어야 하므로 도함수의 근이어야 한다.

조건 (나)에서 $f(x)$의 세 극점은 0, m, n $(m < n)$이므로 $3 \in \{m,\, n\}$이다.

세 극점 중 가운데 위치한 점은 극댓점이고 양 끝점은 극솟점이다.

만약 $n \ne 3$이라면 $m = 3$이어야 하므로 극점의 순서는 $0 < 3 < n$이 되어 $x = 3$이 극댓점이 되므로 $x = 3$이 최솟점이라는 사실에 모순이다.

따라서 반드시 양 끝의 극솟점 중 하나가 3이어야 하므로

$$n = 3$$

이다.

(2) $n = 3$이므로 세 극점은 m, 0, 3이며 $m < 3$인 0이 아닌 정수이다.

두 극솟값 중 $x = 3$에서의 극솟값이 엄격히 더 작아야 하므로 $f(3) < f(\text{다른 극소})$가 성립해야 한다.

- [경우 1] $0 < m < 3$인 경우:

극점의 순서는 $0 < m < 3$이다.

가운데 점 $x = m$에서 극대이고 극댓값은 $f(m) = 0$이다.

양 끝의 두 극솟값 $f(0)$과 $f(3)$ 중 $f(3) < f(0)$이어야 유일한 최솟점이 $x = 3$이 된다.

도함수는 $f'(x) = 4x(x-m)(x-3)$이다.

$$f(3) - f(0) = \int_0^3 4x(x-m)(x-3)\,dx = \int_0^3 (4x^3 - 4(m+3)x^2 + 12mx)\,dx$$

$$f(3) - f(0) = \left[x^4 - \frac{4(m+3)}{3}x^3 + 6mx^2\right]_0^3$$
$$= 81 - 36(m+3) + 54m = 81 - 36m - 108 + 54m = 18m - 27$$

$f(3) < f(0) \iff 18m - 27 < 0 \iff m < \dfrac{3}{2}$이다.
$0 < m < 3$인 정수 m은 1뿐이다.
- [경우 2] $m < 0$인 경우:
극점의 순서는 $m < 0 < 3$이다.
가운데 점 $x = 0$에서 극대이고 극댓값은 $f(0) = 0$이다.
양 끝의 두 극솟값 $f(m)$과 $f(3)$ 중 $f(3) < f(m)$이어야 한다.

$$f(3) - f(m) = \int_m^3 4x(x-m)(x-3)\,dx$$

$f(3) - f(0) = 18m - 27$이고, $f(0) - f(m) = -\displaystyle\int_0^m 4x(x-m)(x-3)\,dx$이다.

$$\int_0^m (4x^3 - 4(m+3)x^2 + 12mx)\,dx = \left[x^4 - \frac{4(m+3)}{3}x^3 + 6mx^2\right]_0^m = m^4 - \frac{4}{3}m$$

따라서

$$f(0) - f(m) = \frac{1}{3}m^4 - 2m^3$$

그러므로

$$f(3) - f(m) = (f(3) - f(0)) + (f(0) - f(m)) = \frac{1}{3}m^4 - 2m^3 + 18m - 27$$

이 식을 인수분해하면

$$f(3) - f(m) = \frac{1}{3}\left(m^4 - 6m^3 + 54m - 81\right) = \frac{(m+3)(m-3)^3}{3}$$

이다. $m < 0$이면 $(m-3)^3 < 0$이므로

$$f(3) < f(m) \iff m + 3 > 0 \iff -3 < m < 0$$

이다. 따라서 음의 정수 m은 -1, -2뿐이다.
- $m = -1$: $f(3) - f(m) = \dfrac{2 \cdot (-64)}{3} = -\dfrac{128}{3} < 0$ (적합)
- $m = -2$: $f(3) - f(m) = \dfrac{1 \cdot (-125)}{3} = -\dfrac{125}{3} < 0$ (적합)
- $m = -3$이면 $f(3) = f(-3)$이므로 방정식 $f(x) = f(3)$의 실근이 2개가 되어 조건 (가)에 모순이고, $m \le -4$이면 $m + 3 < 0$이므로 $f(3) > f(m)$이 되어 $x = 3$이 최솟점이 아니므로 역시 조건 (가)에 모순이다.

따라서 가능한 m의 값은 -2, -1, 1이다.

(3) 각 m에 대하여 $f(4)$의 값을 구한다.

- $m = 1$일 때:

$f'(x) = 4x(x-1)(x-3) = 4x^3 - 16x^2 + 12x$

$f(x) = x^4 - \dfrac{16}{3}x^3 + 6x^2 + C$

극댓값 $f(1) = 0$이므로 $1 - \dfrac{16}{3} + 6 + C = 0 \iff C = -\dfrac{5}{3}$

$f(4) = 4^4 - \dfrac{16}{3}(4^3) + 6(4^2) - \dfrac{5}{3} = 256 - \dfrac{1024}{3} + 96 - \dfrac{5}{3} = 352 - \dfrac{1029}{3} = 352 -$

- $m = -1$일 때:

$f'(x) = 4x(x+1)(x-3) = 4x(x^2 - 2x - 3) = 4x^3 - 8x^2 - 12x$

$f(x) = x^4 - \dfrac{8}{3}x^3 - 6x^2 + C$

극댓값 $f(0) = 0$이므로 $C = 0$

$$f(4) = 4^4 - \frac{8}{3}(4^3) - 6(4^2) = 256 - \frac{512}{3} - 96 = 160 - \frac{512}{3} = -\frac{32}{3}$$

- $m = -2$일 때:

$f'(x) = 4x(x+2)(x-3) = 4x(x^2 - x - 6) = 4x^3 - 4x^2 - 24x$

$f(x) = x^4 - \dfrac{4}{3}x^3 - 12x^2 + C$

극댓값 $f(0) = 0$이므로 $C = 0$

$$f(4) = 4^4 - \frac{4}{3}(4^3) - 12(4^2) = 256 - \frac{256}{3} - 192 = 64 - \frac{256}{3} = -\frac{64}{3}$$

따라서 가능한 모든 $f(4)$의 값의 합은

$$9 + \left(-\frac{32}{3}\right) + \left(-\frac{64}{3}\right) = 9 - \frac{96}{3} = 9 - 32 = -23$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	$x = 3$이 유일한 최솟점이어야 함을 밝히고 $n = 3$을 도출한 경우	2.5점
(2)	$0 < m < 3$인 경우에서 $m = 1$을 찾은 경우	1.0점
	$m < 0$인 경우에서 정적분 대소를 비교하여 $m = -1, -2$를 찾고 $m \le -3$을 배제한 경우	2.0점
(3)	세 경우의 함수식을 각각 세우고 $f(4)$의 값들을 바르게 구한 경우	1.5점
	$f(4)$의 총합 -23을 정확히 계산한 경우	1.0점

정답

(1) 3

(2) -2, -1, 1

(3) -23

[문제 8] 해설

연계 원천

- 교재: 수능특강(수학Ⅱ)
- 문항 코드: 26009-0024 (Level 3, 01 함수의 극한 실력 완성 1번)
- 인쇄 쪽: 16쪽
- 살린 병목과 바꾼 구조:
  ① 조건 대체: (가)를 '극한값이 존재하는 a는 3뿐'($f \le 0$, 중근 3)에서 '극한값이 존재하지 않는 a 전체가 $[1,5]$'($f < 0$ on $(1,5)$, 서로 다른 두 근)로 바꿨다. 끝점 1, 5에서 좌우 극한이 0과 $-2f'(a)$로 갈리는 판정이 새로 들어간다.
  ② 주어진 것과 구하는 것을 서로 바꿈: (나)의 분모 상수를 미지수 c로 두고, '가능한 c 중 최댓값 10'을 준다. 그러면 '분모가 실근을 갖지 않는 경우($c < -4k$, 모두 허용)'라는 새 경우가 생기고, 마지막에 조건 (나)를 만족시키는 c 중 -10 이상인 정수의 합을 묻는다(분모가 실근을 갖지 않는 범위와 중근으로 제외되는 $c = -8$을 함께 판정해야 함).

출제 의도

절댓값이 포함된 분수함수의 극한 존재 여부를 함수의 부호 및 미분계수의 좌우극한을 통해 엄밀히 판정하고, 유리함수의 극한이 모든 점에서 존재하기 위한 분모와 분자의 인수의 포함 관계를 대칭성을 활용하여 해결할 수 있는지 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

항목	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2020-236호 [별책8] 수학과 교육과정
과목명	수학Ⅱ
성취기준 1	[12수학Ⅱ01-01] 함수의 극한의 뜻을 안다.
성취기준 2	[12수학Ⅱ01-02] 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 함수의 극한값을 구할 수 있다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (수학Ⅱ)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	16

문항 해설

(1) 임의의 실수 a에 대하여 극한 $\lim_{x\to a}\dfrac{|f(x)|-f(x)}{x-a}$의 존재성을 조사한다.

- $f(a)>0$인 경우:

$f(x)$는 연속이므로 $x\to a$일 때 $f(x)>0$이다.

따라서 $|f(x)|=f(x)$이므로 분자는 $|f(x)|-f(x)=0$이다.

그러므로 $\lim_{x\to a}\dfrac{0}{x-a}=0$으로 극한값이 항상 존재한다.

- $f(a)<0$인 경우:

$x\to a$일 때 $f(x)<0$이므로 $|f(x)|=-f(x)$이다.

따라서 분자는 $-2f(x)$가 된다.

$x\to a$일 때 분모는 0으로 가고 분자는 $-2f(a)>0$으로 가므로 극한값은 발산한다(존재하지 않는다).

- $f(a)=0$인 경우:

$f(x)$가 $x=a$를 단순근으로 가진다면, $x=a$ 좌우에서 $f(x)$의 부호가 바뀐다.

$f(x)$가 음수인 쪽에서는 $\lim\dfrac{-2f(x)}{x-a}=-2f'(a)\neq 0$이고, $f(x)$가 양수인 쪽에서는 $\lim\dfrac{0}{x-a}=0$이다.

좌극한과 우극한이 $0\neq -2f'(a)$로 서로 다르므로 극한값이 존재하지 않는다.

(만약 $f(a)=0$이 중근이라면 $f(x)\geq 0$이거나 $f(x)\leq 0$이 되어 극한값이 존재하지 않는 점들의 집합이 닫힌구간 $[1,5]$의 형태가 될 수 없다.)

따라서 극한값이 존재하지 않는 a의 집합은 $f(a)\leq 0$인 점들의 집합이다.

조건 (가)에서 이 집합이 $1\leq a\leq 5$이므로, $f(x)\leq 0 \iff 1\leq x\leq 5$이다.

그러므로 방정식 $f(x)=0$의 두 실근은 1과 5이고, $f(x)$의 최고차항의 계수는 양수이다.

(2) (1)에 의해 최고차항의 계수를 k $(k>0)$라 하면

$$f(x)=k(x-1)(x-5)$$

이다.

조건 (나)의 분자를 $P(x)$라 하면

$$P(x)=f(x+1)f(x-1)=k(x)(x-4)\times k(x-2)(x-6)=k^2x(x-2)(x-4)$$

이다. $P(x)=0$의 실근은 $0,\ 2,\ 4,\ 6$의 4개이며 모두 서로 다른 단순근이다.

모든 실수 b에 대하여 $\lim_{x\to b}\dfrac{P(x)}{f(x)-c}$의 값이 존재하려면, 분모 $f(x)-c$가 0이 되는 모든 실근에서 분자 $P(x)$도 0이 되어야 하고, 분모의 중근은 분자가 단순근만을 가지므로 허용되지 않는다.

방정식 $f(x)-c=0 \iff f(x)=c$를 살펴보자.

$f(x)=k(x-3)^2-4k$이므로 최솟값은 $x=3$에서 $-4k$이다.

- $c<-4k$인 경우:

모든 실수 x에 대하여 $f(x)-c>0$이므로 분모가 0이 되는 실근이 전혀 존재하지 않는다.

따라서 모든 실수 b에 대하여 극한값이 항상 존재한다.

- $c=-4k$인 경우:

$f(x)-c=0$은 $x=3$을 중근으로 갖는다.

분모는 $(x-3)^2$을 인수로 갖는데, 분자 $P(x)$는 $x=3$을 근으로 갖지 않으므로 $x\to 3$일 때 극한값이 발산하여 불가능하다.

- $c>-4k$인 경우:

방정식 $f(x)=c$는 대칭축 $x=3$에 대하여 대칭인 서로 다른 두 실근 $3-d,\ 3+d$ $(d>0)$를 갖는다.

이 두 실근에서 극한값이 유한하게 존재하려면 $\{3-d,\ 3+d\}\subset\{0,\ 2,\ 4,\ 6\}$이어야 한다.

대칭축 $x=3$에 대칭인 쌍은 $\{2,\ 4\}$ $(d=1)$ 또는 $\{0,\ 6\}$ $(d=3)$뿐이다.

- $d=1$일 때: 두 근은 $2, 4$이므로 $c=f(2)=f(4)=k(2-1)(2-5)=-3k$
- $d=3$일 때: 두 근은 $0, 6$이므로 $c=f(0)=f(6)=k(0-1)(0-5)=5k$

따라서 모든 실수 b에 대하여 극한값이 존재하는 c의 값의 집합은

$$c<-4k \quad \text{또는} \quad c=-3k \quad \text{또는} \quad c=5k$$

이다.

이 중 가장 큰 c의 값은 $5k$이다.

조건 (나)에서 가장 큰 값이 10이므로

$$5k=10 \iff k=2$$

이다.

따라서 $f(x)$의 최고차항의 계수는 2이다.

(3) (2)에서 $k=2$이므로 조건을 만족시키는 c의 범위는

$$c<-4(2)=-8 \quad \text{또는} \quad c=-3(2)=-6 \quad \text{또는} \quad c=5(2)=10$$

이다.

이때 $c=-8$이면 분모 $f(x)+8=2(x-3)^2$이 $x=3$을 중근으로 갖고 분자는 $x=3$에서 0이 아니므로 극한이 존재하지 않아 제외된다.

따라서 조건 (나)를 만족시키는 c 중에서 -10 이상인 정수는 $-10,\ -9,\ -6,\ 10$이고, 그 합은

$$(-10)+(-9)+(-6)+10=-15$$

이다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	부호에 따른 극한의 존재성을 엄밀히 판정하여 $f(x) \le 0 \iff 1 \le x \le 5$임을 밝힌 경우	1.5점
	두 실근 $1, 5$와 최고차항의 계수가 양수임을 정확히 구한 경우	1.0점
(2)	분자의 근 $\{0, 2, 4, 6\}$을 구하고 분모의 근과의 포함 관계를 대칭축 $x = 3$을 통해 분석한 경우	1.5점
	가능한 c의 최댓값이 $5k$임을 도출하여 $k = 2$를 정확히 구한 경우	1.5점
(3)	$k = 2$를 대입하여 c의 전체 가능 집합 $c < -8$ 또는 $c = -6$ 또는 $c = 10$을 제시하고 $c = -8$이 제외됨을 밝힌 경우	1.5점
	-10 이상인 정수 -10, -9, -6, 10을 찾아 합 -15를 정확히 구한 경우	1.0점

정답

(1) 두 실근: 1, 5, 부호: 양수

(2) 2

(3) -15

[문제 9] 해설

출제 의도

비좁고 누추한 거처에 대한 일상적 경험과 관찰에서 출발하여, 외물(거처의 크기)에 대한 집착을 버리고 내면의 수양과 분수, 도의 실천이라는 본질적 가치로 관점을 전환하는 두 고전 수필(기)을 비교 감상한다. 옛 제왕의 거처와 홍언명의 집을 견주는 글쓴이의 논리를 따라가 빈칸의 단어를 추론하고, 궁실과 학문·사업에 대한 태도를 구별한 뒤 두 작품에 나타난 거처관의 공통점을 설명하는 능력을 평가한다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

구분	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호 [별책5] 국어과 교육과정
과목명	국어, 문학, 독서
성취기준 1	[10국05-05] 주체적인 관점에서 작품을 해석하고 평가하며 문학을 생활화하는 태도를 지닌다.
성취기준 2	[12문학02-02] 작품을 작가, 사회·문화적 배경, 상호 텍스트성 등 다양한 맥락에서 이해하고 감상한다.
성취기준 3	[12독서02-02] 글에 드러나지 않은 정보를 예측하여 필자의 의도나 글의 목적, 숨겨진 주제, 생략된 내용을 추론하며 읽는다.

나) 자료 출처

구분	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (문학)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	238-239
교과서 외	수능특강 (문학)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	278-279

문항 해설

(1) ㉠은 첫째 문단과 둘째 문단에서 옛날 제왕의 소박한 거처를 이루는 재료로, "(㉠)을/를 자르지 않고 흙 계단을 세 개만 두어", "(㉠)(으)로 지붕을 인 집은 소박하였고, 흙 계단은 누추하였다"에 쓰였다. 두 곳 모두 빈칸이므로 학생은 이 재료가 무엇인지 글의 다른 곳에서 추론해야 한다. 글쓴이는 다섯째 문단에서 가 본 적도 없는 홍언명의 집이 "반드시 몇 아름의 띠풀로 지붕을 덮고 몇 개의 서까래를 얽었을 것이며, 틀림없이 대문과 계단이라는 것이 있을 줄로 안다."라고 단정한 뒤 "이는 옛날의 제왕이 견디며 살던 곳이다."라고 말한다. 즉 글쓴이는 홍언명의 작은 집을 첫째 문단의 옛 제왕의 거처와 같은 것으로 보고 있으므로, 홍언명의 집 지붕을 덮은 '띠풀'이 곧 옛 제왕의 거처에서 자르지 않은 채 지붕을 인 재료이다. 따라서 ㉠에 들어갈 2음절 단어는 '띠풀'이다. '목란'은 뒷사람이 지은 화려한 궁전의 마룻대와 서까래 재료이므로 '소박하였고'와 어울리지 않고, '돌피'는 사람의 몸뚱이를 빗댄 풀이어서 거처의 재료로 쓰인 적이 없다.

(2) (가)의 ㉡ '궁실'은 사람이 몸을 담고 사는 거처를 가리킨다. (나)의 과객은 "지금 이 세상이란 우리들이 목숨을 이어 가며 죽은 이를 떠나보내는 여관인데 그 여관이란 게 또 하룻밤이나 이틀 밤을 자고 떠나는 여관일 뿐"이라고 말하므로, '이 세상'을 잠시 머물다 떠나는 거처에 빗댄 2음절 단어는 '여관'이다. '주막', '안채', '평상'은 실제 숙박 시설이나 자리를 묘사하는 데 쓰였을 뿐 '이 세상'을 빗댄 말이 아니다.

(3) (가)의 글쓴이는 ㉡에서 궁실은 굳이 클 필요가 없다고 하고, ㉢에서 군자의 학문과 사업은 크지 않아서는 안 된다고 하여 두 대상의 크기에 대한 태도를 구별한다. (나)의 과객은 세상을 잠시 머무는 여관으로 보고, 머슴과 종처럼 거처를 여관으로 여기며 분개하거나 걱정하여 속을 상하게 하지 말라고 권한다. 따라서 궁실의 크기에 집착하지 않는 (가)의 태도는 거처의 옹색함과 불편함에 얽매여 근심하지 말라는 과객의 태도와 통한다. 이 공통점으로부터 과객이 학문·사업을 크게 하라는 ㉢의 요구 전체에 찬성하거나 반대한다고 단정할 필요는 없으며, 발문도 궁실에 대한 태도의 공통점만 묻는다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	'띠풀'을 정확히 기재하면 정답	2.5점
	'목란', '돌피', '서까래' 등 오답, 2음절이 아닌 답	0점
(2)	'여관'을 정확히 기재하면 정답	3.1점
	'주막', '안채', '평상' 등 '이 세상'을 빗댄 말이 아니거나 2음절 조건에 맞지 않는 답	0점
(3)	① (가)가 궁실은 클 필요가 없고 학문·사업은 커야 한다고 구별함을 서술	최대 1.4점
	② (나)의 과객이 거처의 옹색함·불편함에 얽매여 근심(분개·걱정)하지 말라고 권함을 서술	최대 1.4점
	③ 두 태도의 공통점을 거처(궁실)의 크기·형편에 집착하지 않는 것으로 연결	최대 1.6점
	학문·사업 자체를 부정하거나, 과객이 학문·사업을 크게 하라고 직접 요구한다고 단정한 경우 해당 요소 점수를 주지 않음	위 기준에 포함
	완결된 한 문장이 아니거나 비문인 경우 1.0점 감점(최종 점수는 0점 미만으로 내리지 않음)	감점 최대 1.0점

정답

(1) 띠풀

(2) 여관

(3) (가)의 글쓴이는 궁실은 클 필요가 없지만 군자의 학문과 사업은 커야 한다고 구별하는데, 궁실의 크기에 집착하지 않는 태도는 (나)의 과객이 거처의 옹색함과 불편함에 얽매여 근심하지 말라고 권하는 태도와 통한다.

[문제 10] 해설

출제 의도

단어를 숫자로 바꾸는 원-핫 인코딩이 단어들을 개별적·독립적으로 표현하여 유사성을 나타내기 어렵다는 한계를 글의 흐름에서 추론하고, 이를 개선한 임베딩에서 코사인 유사도와 유클리드 거리가 서로 다른 기준이라는 점을 이해하는지 평가한다. 좌표축 밖의 점들에 대해 원점과 이은 선분의 방향 관계와 두 점 사이의 거리를 스스로 판별하고, 같은 단어들을 원-핫 인코딩으로 표현했을 때와 비교하여 두 표현 방식의 차이를 수치로 확인할 수 있는지 본다.

출제 근거

가) 적용 교육과정 및 학습내용 성취기준

구분	내용
적용 교육과정	교육부 고시 제2015-74호 [별책5] 국어과 교육과정
과목명	독서
성취기준 1	[12독서02-02] 글에 드러나지 않은 정보를 예측하여 필자의 의도나 글의 목적, 숨겨진 주제, 생략된 내용을 추론하며 읽는다.
성취기준 2	[12독서03-03] 과학·기술 분야의 글을 읽으며 제재에 담긴 지식과 정보의 객관성, 논거의 입증 과정과 타당성, 과학적 원리의 응용과 한계 등을 비판적으로 이해한다.

나) 자료 출처

구분	도서명	작성자(저자)	발행처	발행년도	쪽수
교과서 외	수능특강 (독서)	EBS교육방송 편집부	EBS한국교육방송공사	2026	194-195

문항 해설

(1) ㉠은 원-핫 인코딩이 "단어들이 개별적, 독립적으로 표현되기 때문에" 생기는 단점이다. 둘째 단락은 "이러한 단점을 개선하려는 시도가 임베딩을 통해 이루어질 수 있다."로 시작하므로, ㉠의 내용은 임베딩이 해낼 수 있게 된 일을 거꾸로 보면 알 수 있다. 발문은 근거 단락을 지정하지 않으므로, 이 대비를 스스로 마지막 단락과 연결해야 한다. 마지막 단락에 따르면 임베딩으로 표현된 단어들은 좌표 평면 위의 점이 되고, "각각의 단어에 해당하는 점들이 가까우면 가까울수록 유사한 의미나 관계가 깊은 것으로 이해할 수 있다." 즉 임베딩은 단어들 사이의 거리와 방향으로 의미의 유사성이나 관계를 나타낸다. 반면 원-핫 인코딩은 단어마다 서로 다른 자리에 1을 하나씩 줄 뿐이어서 어느 두 단어를 골라도 서로 떨어진 정도가 같고, 그래서 어떤 단어끼리 더 비슷한지를 드러낼 수 없다((3)의 ⓓ에서 이를 수치로 확인한다). 따라서 ㉠에는 '단어들 간의 유사성이나 관계성을 표현하기 어렵다'와 같은 내용이 들어가야 한다. 둘째 단락에 임베딩이 '상대적으로 낮은 차원'을 쓴다는 내용도 있으나, 이는 마지막 단락에서 말하는 의미 관계의 표현과 직접 이어지지 않으므로 ㉠의 핵심이 될 수 없다.

(2) 둘째 단락의 첫 문장과 둘째 문장에서 원-핫 인코딩의 단점을 개선하기 위한 방법으로 '임베딩'을 제시하고 있다. 지문에서는 "이러한 단점을 개선하려는 시도가 임베딩을 통해 이루어질 수 있다. 임베딩은 단어를 (x, y)의 2차원 좌표와 같이 원-핫 인코딩에 비해 상대적으로 낮은 차원으로 표현할 수 있는 방법으로, 1과 0뿐만 아니라 모든 실수를 사용할 수 있다."라고 명시되어 있다. 따라서 <보기>의 빈칸에 들어갈 3음절의 핵심 어휘는 '임베딩'이다.

(3) 마지막 단락의 두 기준, 곧 코사인 유사도(두 점을 각각 원점과 이은 선분이 이루는 각으로 정함)와 유클리드 거리(피타고라스의 정리로 구한 두 점 사이의 직선 길이)를 <그림>의 점들에 적용하고, 첫째 단락의 원-핫 인코딩과 비교한다. 기준 단어 '날씨'는 $(4, 3)$이다.

- 코사인 유사도: '정말' $(12, 9)$은 '날씨'의 각 좌표를 3배 한 점이므로 원점에서 '날씨'와 같은 방향에 있다. 두 선분이 이루는 각이 $0°$이므로 코사인 유사도는 $+1$이다. '오늘' $(-0.8, -0.6)$은 '날씨'의 각 좌표에 -0.2를 곱한 점이므로 원점을 사이에 두고 정반대 방향에 있다. 각이 $180°$이므로 -1이다. '좋다' $(-3, 4)$는 원점에서의 거리가 $\sqrt{3^2+4^2}=5$로 '날씨'와 같고, '날씨'와 '좋다' 사이의 거리의 제곱은 $7^2+1^2=50$이다. $5^2+5^2=50$이므로 피타고라스의 정리에 의해 원점에서 두 선분이 이루는 각은 $90°$이고, 코사인 유사도는 0이다(두 선분의 기울기 $\frac{3}{4}$과 $-\frac{4}{3}$의 곱이 -1인 것으로 확인해도 된다).
- 유클리드 거리: '날씨'와 '정말'은 $\sqrt{8^2+6^2}=10$, '날씨'와 '좋다'는 $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$(약 7.07), '날씨'와 '오늘'은 $\sqrt{4.8^2+3.6^2}=\sqrt{36}=6$이다.
- ⓐ: 코사인 유사도는 '정말' $(+1)$ > '좋다' (0) > '오늘' (-1) 순이므로, 가장 유사한 단어는 '정말'이다.
- ⓑ: 유클리드 거리는 '오늘' (6) < '좋다' $(5\sqrt{2})$ < '정말' (10) 순이므로, 가장 유사한 단어는 '오늘'이다. 두 기준의 순위가 정반대로 나타나는데, 코사인 유사도는 원점에서 본 방향만을, 유클리드 거리는 두 점의 실제 위치 차이를 반영하기 때문이다. '정말'처럼 같은 방향에 있어도 멀리 떨어질 수 있고, '오늘'처럼 반대 방향이어도 원점 가까이에 있으면 거리가 짧을 수 있다.
- ⓒ: 코사인 유사도가 0인 단어는 '좋다'이므로, '날씨'와의 거리는 $5\sqrt{2}$이다.
- ⓓ: 첫째 단락에 따르면 네 단어는 원-핫 인코딩으로 '오늘' $[1,0,0,0]$, '날씨' $[0,1,0,0]$, '정말' $[0,0,1,0]$, '좋다' $[0,0,0,1]$로 표현된다. '날씨'와 나머지 어느 단어를 비교해도 서로 다른 성분은 두 자리뿐이고 그 차는 각각 1이므로, 거리는 모두 $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$로 같다. 따라서 가장 긴 거리와 가장 짧은 거리의 차는 0이다. 임베딩에서는 같은 차가 $10-6=4$로 단어마다 거리가 달랐던 것과 달리, 원-핫 인코딩에서는 어느 단어가 '날씨'와 더 유사한지 가릴 수 없다. 이것이 ㉠에서 말한 원-핫 인코딩의 한계이다. 단어를 어느 자리에 대응시키든 모든 쌍이 두 자리만 다르므로 답은 달라지지 않는다.

채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
(1)	① ‘단어들 간의 유사성(또는 의미적 관계성)’과 ② ‘표현하기 어렵다(또는 나타낼 수 없다)’는 두 가지 핵심 요소를 포함하여 문맥에 맞게 서술하면 정답 인정. • 기준 답안: ‘단어들 간의 유사성이나 관계성을 표현하기 어렵다’ (공백 포함 26자, 공백 제외 21자) • 허용 답안 예시: ‘단어들 간의 유사성을 표현하기 어렵다’ (20자), ‘단어들 사이의 의미적 유사성이나 관계를 나타내기 어렵다’ (30자), ‘단어 사이의 의미가 얼마나 비슷한지 나타내기 어렵다’ (28자), ‘단어 간의 유사성이나 관계성을 반영할 수 없다’ (25자) 등 • 부분 점수: - 두 핵심 요소 중 하나만 포함된 경우 2.2점 부여 (예: ‘단어들 간의 유사성이나 관계성 때문이다’처럼 표현하기 어렵다는 내용이 빠진 경우, ‘단어의 의미를 표현하기 어렵다’처럼 단어 간의 비교 관계가 누락된 경우) - ‘단어 집합의 크기만큼 차원이 높아진다’처럼 원-핫 인코딩의 고차원 문제만 쓰고 의미 관계 표현의 한계를 쓰지 않은 경우 1.0점 부여 • 오답 사례: - ‘단어들 간의 관계를 나타낸다’처럼 정답과 반대로 진술한 경우 0점 처리 - ‘실수를 사용할 수 없다는 점’, ‘컴퓨터가 이해할 수 없다는 점’ 등 지문의 인과와 무관한 진술은 0점 처리 • 글자 수 감점: 답안 자체의 음절·공백·문장 부호를 각각 1자로 세며(답안을 둘러싼 따옴표는 세지 않음), 15자 미만 또는 45자 초과이면 내용 점수에서 0.5점 감점하되 최종 점수는 0점 미만으로 내리지 않음.	4.3점
(2)	윗글에서 찾아 ‘임베딩’을 정확히 기재하면 정답 인정. • 허용 답안: ‘임베딩’ (3음절 조건 충족) • 오답 사례: ‘워드투벡’(4음절이므로 음절 수 조건 불충족 및 하위 개념), ‘인코딩’, ‘벡터화’ 등은 0점 처리.	2.5점
(3)	ⓐ, ⓑ, ⓒ, ⓓ를 모두 정확히 기재하면 정답. 각 항목당 0.8점씩 부분 점수 부여. • ⓐ: 정말 • ⓑ: 오늘 • ⓒ: $5\sqrt{2}$ ($\sqrt{50}$도 인정) • ⓓ: 0 • ⓒ를 7.07처럼 근삿값으로만 쓴 경우, ⓓ를 $\sqrt{2}$처럼 거리 자체로 쓴 경우는 해당 항목 점수를 주지 않음. 단어 대신 좌표만 쓴 경우 (예: ⓐ에 $(12, 9)$)는 해당 단어를 가리킨 것이 분명하므로 인정.	3.2점

정답

(1) 단어들 간의 유사성이나 관계성을 표현하기 어렵다 (또는 ‘단어들 간의 유사성을 표현하기 어렵다’)

(2) 임베딩

(3) ⓐ 정말, ⓑ 오늘, ⓒ $5\sqrt{2}$, ⓓ 0